

Composition de Physique II

PCSI – Juin 2018

Le sujet est constitué de trois problèmes indépendants d'égale importance.

Il sera tenu compte de la rédaction dans la notation.

L'utilisation de la calculatrice est autorisée.

Attention, des documents réponses sont à rendre avec la copie. Le candidat prendra soin de bien indiquer son numéro d'identification sur ces documents.

Premier problème : étude du pelage d'un adhésif (issu de Centrale MP 2017)

Conditionné sous forme de rouleau, un ruban adhésif est constitué de deux couches solidaires l'une de l'autre : une couche molle sur la face interne (celle qui colle) et une couche dure sur la face externe (qui paraît néanmoins souple car très fine). L'épaisseur de l'ensemble est de l'ordre de quelques dizaines de micromètres. On propose d'étudier une expérience de pelage.

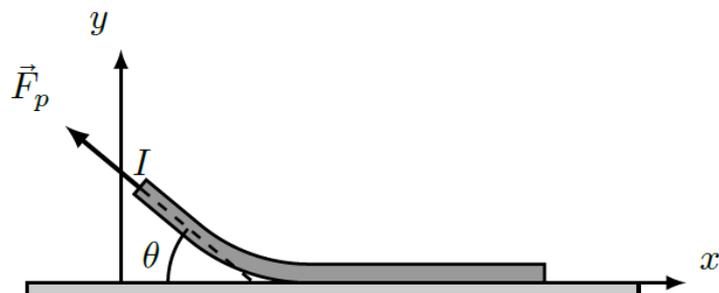


Figure 1 : Schéma de principe de l'essai de pelage

Pour réaliser des essais de pelage, on commence par coller le ruban adhésif à tester sur un support rigide, puis on mesure la force \vec{F}_p qu'il est nécessaire d'appliquer à l'extrémité du ruban pour le décoller du support tout en maintenant un angle de pelage θ constant entre le support et la portion de ruban décollé (voir figure 1).

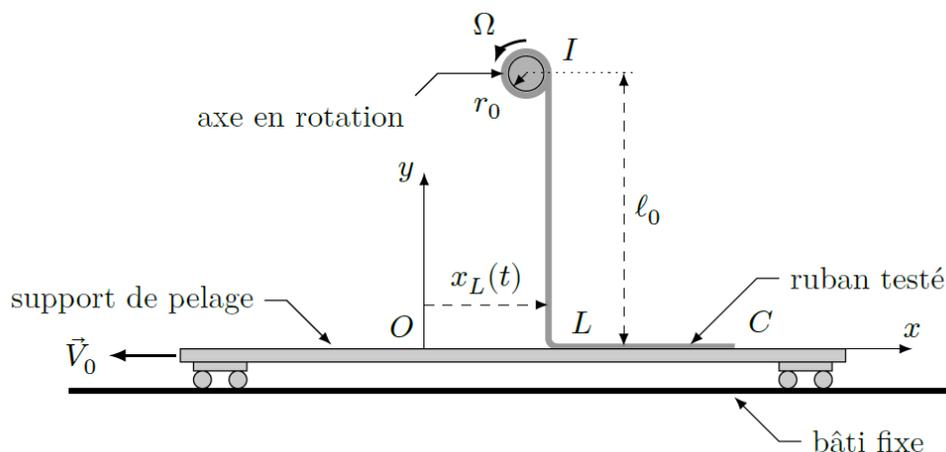


Figure 2 : Schéma du dispositif pratique utilisé pour l'essai de pelage. Le repère Oxy est lié au support de pelage. Les points I et L correspondent aux limites entre les parties collées et décollée du ruban.

Le dispositif utilisé en pratique est représenté sur la figure 2. Le pelage est réalisé au moyen d'une tige horizontale, de rayon r_0 , en rotation uniforme autour de son axe à la vitesse angulaire Ω , et sur laquelle s'enroule le ruban au cours de l'essai. L'axe de la tige est fixe dans le référentiel du

laboratoire et est située à une hauteur l_0 au-dessus du support. Le support sur lequel est collé l'autre extrémité du ruban est animé d'un mouvement de translation rectiligne uniforme à la vitesse constante \vec{V}_0 dans le référentiel du laboratoire.

1) Le repère (Oxy) étant lié au support, quelle loi d'évolution pour $x_L(t)$ devrait-on observer si l'angle θ reste constant ? La grandeur $x_L(t)$ est définie sur le dessin et correspond à la distance OL.

2) On suppose que le ruban est inextensible. Comment doit-on choisir Ω et V_0 pour maintenir un angle de pelage θ constant ?

La loi d'évolution de $x_L(t)$ prévue précédemment n'est pas toujours observée en pratique car le ruban présente un comportement légèrement élastique. Au début de l'essai, le ruban commence en effet par se tendre sans se décoller. Puis, lorsque la tension est suffisante, le décollement se produit brutalement, réduisant pas conséquent la tension. Le décollement s'arrête alors spontanément, jusqu'à ce que la poursuite du mouvement tende suffisamment le ruban pour que le décollement reprenne et ainsi de suite... Ce phénomène périodique, connu sous le nom de « stick slip » (ou « collé-glissé »), est à l'origine du bruit caractéristique du décollement d'un ruban adhésif « sciiich ».

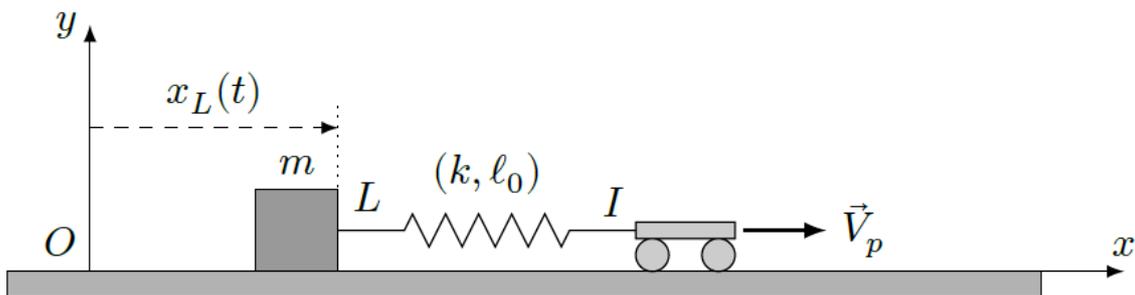


Figure 3 : Système modèle pour l'étude du mouvement stick slip

Dans le référentiel \mathcal{R} lié au support de pelage, la dynamique du front de pelage s'apparente à celle du système masse-ressort représenté sur la figure 3. La portion de ruban au contact du support est modélisée par la masse m tandis que la portion du ruban décollée est modélisée par le ressort de raideur k , de longueur l , de longueur à vide l_0 et dont l'extrémité I est animé d'un mouvement rectiligne uniforme à la vitesse $\vec{V}_p = -\vec{V}_0$.

L'action du support sur le ruban est modélisée par une force de frottement $\vec{f} = f\vec{u}_x$ obéissant aux lois suivantes, où F_p est considérée constante :

- La masse m ne glisse pas sur le support tant que $\|\vec{f}\| < F_p$;
- Lorsque la masse m glisse sur le support, la force \vec{f} s'oppose au glissement et $\|\vec{f}\| = (1 - \varepsilon)F_p$ (avec ε une constante telle que $0 < \varepsilon < 1$).

On néglige l'action de la pesanteur sur l'évolution du système.

3) Le référentiel $\mathcal{R}=(Oxyz)$ lié au support de pelage peut-il être considéré comme galiléen ?

4) A l'instant $t=0$, on suppose $x_L(0)=0$ et $l(0)=l_0$. Exprimer la longueur $l(t)$ du ressort pour $t>0$, en fonction de l_0 , V_p , $x_L(t)$ et t .

5) On suppose de plus que $\dot{x}_L(0)=0$. Montrer que l'évolution du système pour $t>0$ commence nécessairement par une phase de *stick* (le ruban se tend sans se décoller). Déterminer à quel instant t_0 se termine cette phase.

6) Etablir l'équation du mouvement de la masse m lors de la phase suivante (phase de *slip*). Identifier la pulsation propre ω_0 du système.

7) La solution de l'équation précédente s'écrit sous la forme : $x_L(t') = C_1 \cos(\omega_0 t') + C_2 \sin(\omega_0 t') + V_p t' + C_3$ avec $t' = t - t_0$.

Après avoir justifié la forme de cette solution, déterminer les expressions des constantes C_1 , C_2 et C_3 correspondant à cette phase du mouvement en fonction de grandeurs ε , F_p , k , V_p et m .

Une simulation numérique permet de représenter l'évolution mathématique $x_L(t)$ précédente pour différentes valeurs de la vitesse de pelage V_p . Les paramètres choisis pour réaliser cette simulation sont :

$$\varepsilon = 0,15 \qquad F_p/k = 1,0 \text{ mm} \qquad \omega_0 = 1,0 \times 10^4 \text{ rad.s}^{-1}.$$

Les courbes correspondant à $V_p = 2,0 \text{ m.s}^{-1}$ et $V_p = 20 \text{ m.s}^{-1}$ sont reproduites sur les figures A et B du document réponse n°1. Ces courbes sont accompagnées des portraits de phase du système, pour lesquels on représente $v_L(t') = \frac{dx_L(t')}{dt'}$ en fonction de $l(t') - l_0$.

8) Faire apparaître, sur chacun des deux portraits de phase du document réponse N°1, le point représentatif de l'instant $t' = 0$. Indiquer, en le justifiant précisément, le sens de parcours de ces portraits de phase.

9) En justifiant votre raisonnement par des considérations graphiques précises, indiquer pour chacune des deux vitesses de pelage, si la phase de *slip* perdure indéfiniment ou si elle cesse à un instant t_1' que l'on identifiera clairement sur les courbes. On donnera également la valeur numérique de t_1' .

10) Dans le(s) cas où la phase de *slip* cesse, représenter directement sur les figures A et/ou B du document réponse N°1 l'allure de la solution physique $x_L(t')$ réellement obtenue et du portrait de phase associé.

Expérimentalement, comment peut-on mesurer la force F_p ?

Deuxième problème : Etude d'une installation de chauffage de l'eau d'un centre aquatique (issu de Centrale TSI 2018)

De nombreuses villes disposent de centres aquatiques permettant la pratique d'activités ludiques ou sportives. La construction ou la rénovation de ces centres aquatiques s'accompagne d'exigences de développement durable, d'où par exemple, le recours à des solutions innovantes de chauffage de l'eau des bassins. Ce problème étudie le principe du procédé Degrés Bleus® de la société Suez. Ce procédé consiste en la récupération d'une partie de l'énergie thermique des eaux usées (véhiculées dans les collecteurs d'égouts), dont la température peut varier entre 15°C et 23°C selon le mois de l'année. Un échangeur thermique est ainsi directement placé dans les collecteurs, comme illustré Figure 4. Ce système a été mis en place pour la première fois au centre aquatique de Levallois-Perret en 2010.

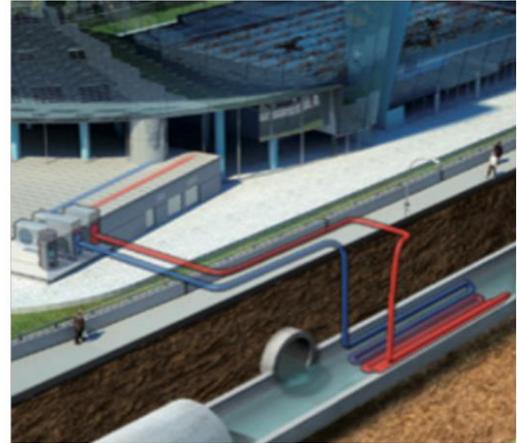


Figure 4 : Schéma de principe de l'échangeur placé dans les collecteurs d'égouts.

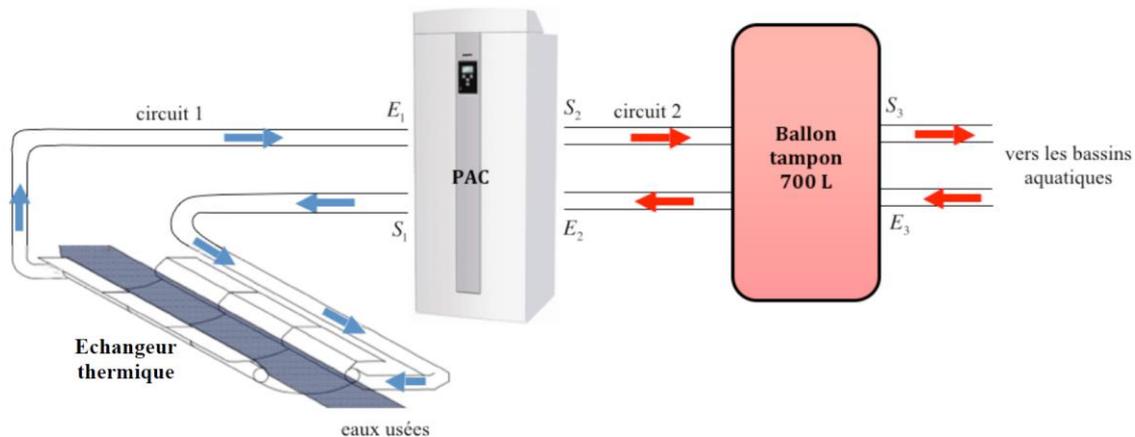


Figure 5 : Schéma de principe de l'installation.

Le schéma de principe de l'installation est représenté figure 5. Il est constitué de trois modules : l'échangeur thermique placé dans les collecteurs d'eaux usées, la pompe à chaleur (PAC) et la ballon tampon de 700 L. Dans ce problème, nous allons étudier essentiellement les deux premiers modules.

I. Etude de la pompe à chaleur

Le principe de fonctionnement d'une pompe à chaleur ditherme est rappelé figure 6. Le cycle est supposé réversible. Au contact de la source froide de température T_f , le fluide frigorigène se vaporise complètement ; il est ensuite comprimé par le compresseur et se liquéfie dans le condenseur, au contact de la source chaude de température T_c . Il est ensuite détendu dans le détendeur. Par transfert thermique, le fluide frigorigène reçoit une énergie Q_f de la part de la source froide et Q_c de la part de la source chaude. Le fluide frigorigène reçoit un travail utile W_c de la part du compresseur. Le détendeur est calorifugé et ne présente pas de pièces mobiles.

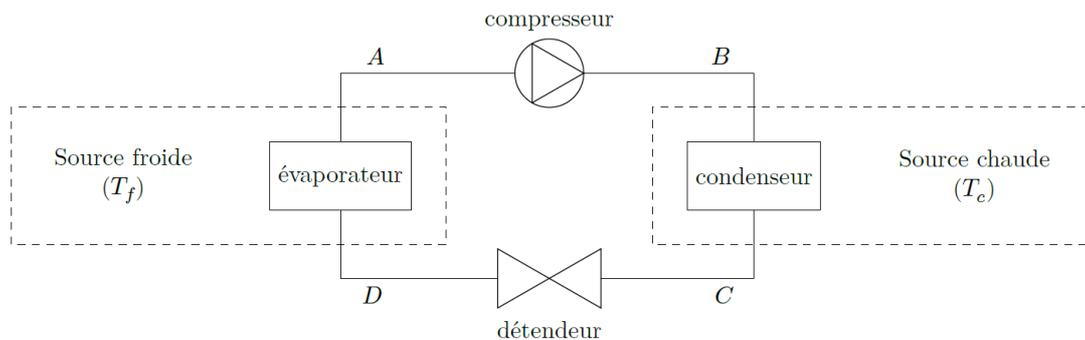


Figure 6 : Schéma de principe de fonctionnement d'une pompe à chaleur.

1) Etablir le premier principe industriel de la thermodynamique pour un écoulement stationnaire unidimensionnel à travers un organe quelconque (compresseur ou détendeur...etc) d'une machine thermique. On fera un dessin soigné permettant de définir les systèmes considérés et les grandeurs thermodynamiques introduites.

Etablir une expression de ce principe faisant intervenir le débit massique du fluide D_m en écoulement, les grandeurs thermodynamiques usuelles massiques ainsi que la puissance utile et la puissance thermique reçues par l'écoulement de la part de l'organe de la machine.

On néglige **dans toute la suite** toute variation d'énergie cinétique et d'énergie potentielle.

2) Définir l'efficacité e (ou coefficient de performance) de la pompe à chaleur. Préciser le signe des grandeurs Q_c , Q_f et W_c .

Etablir son expression en fonction de Q_f et Q_c puis en fonction de T_f et T_c .

Faire l'application numérique pour une source froide de température 13°C et une source chaude de température 44°C . Commenter la valeur obtenue.

On revient sur l'étude de la pompe à chaleur réelle utilisée dans l'installation considérée. La figure 7 correspond au diagramme des frigorifistes sur lequel est tracé le cycle supposé **réversible** de la PAC du centre aquatique de Levallois-Perret pour un fonctionnement nominal typique en période froide (janvier-Février). Le fluide frigorigère est du tétrafluoroéthane R134a.

Les isothermes sont graduées en $^\circ\text{C}$; les isochores sont repérées par « $v=$ » en $\text{m}^3.\text{kg}^{-1}$; les isentropiques sont marquées avec « $s=$ » en $\text{kJ}.\text{kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$; les isotitres « $x=$ » sont gradués sur l'échelle des abscisses.

La puissance prélevée à la source froide est $|\dot{Q}_f| = 60 \text{ kW}$.

3) En justifiant vos réponses, identifier la nature des quatre transformations $1 \rightarrow 2$, $2 \rightarrow 5$, $5 \rightarrow 6$ et $6 \rightarrow 1$ du cycle en les associant à chacune des transformations décrites sur la figure 6.

Quel est l'intérêt de la transformation $7 \rightarrow 1$?

Quel est l'intérêt de la transformation $4 \rightarrow 5$?

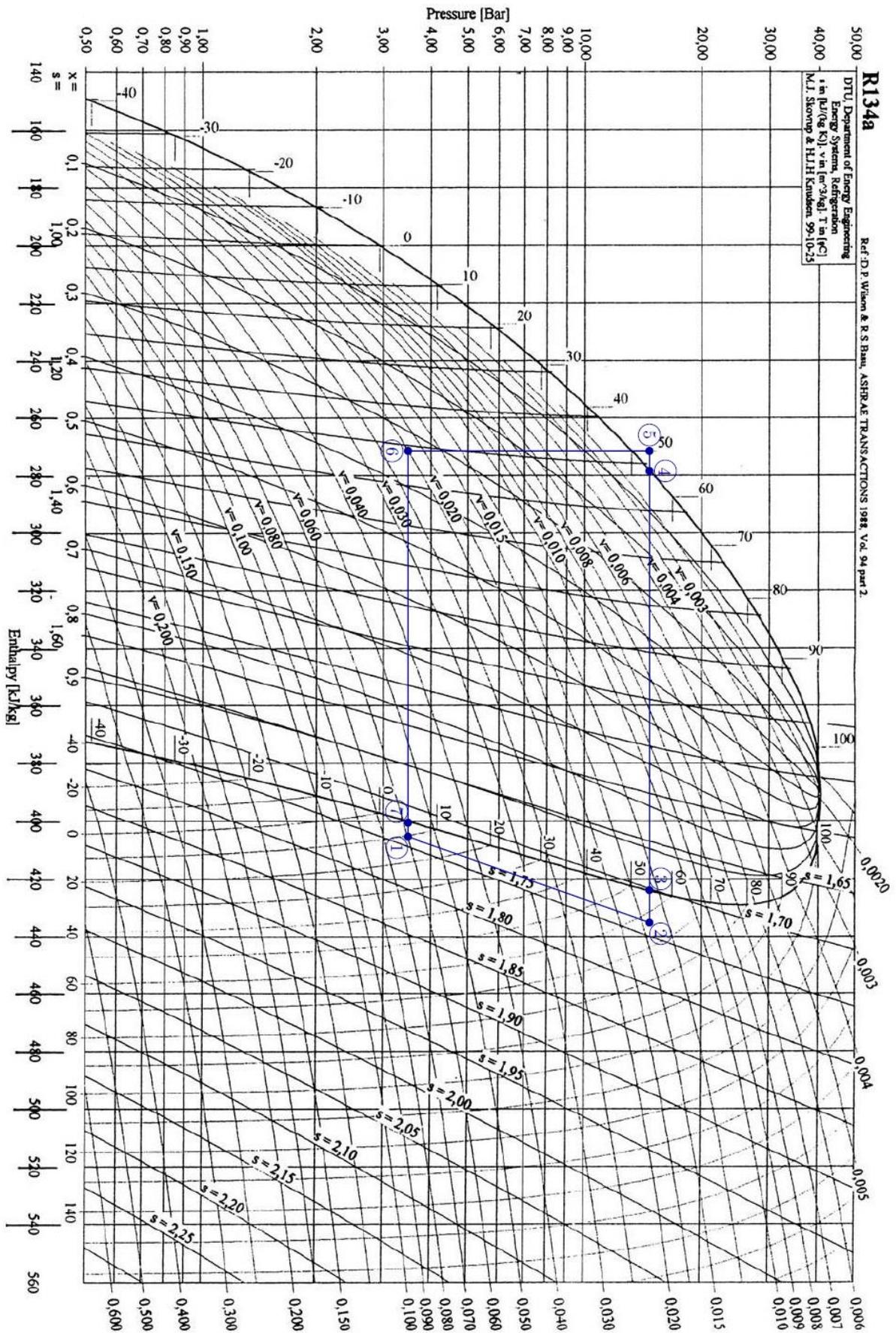
Justifier l'allure de la transformation $5 \rightarrow 6$ sur le diagramme.

Justifier l'allure de la transformation $1 \rightarrow 2$ sur le diagramme.

4) Calculer le débit massique du fluide caloporteur de la pompe à chaleur.

5) Calculer l'efficacité théorique de la pompe à chaleur réversible caractérisée par le cycle du diagramme.

La puissance réellement fournie au compresseur est $P_{C \text{ réel}} = 19 \text{ kW}$. Calculer l'efficacité réelle de la pompe à chaleur et conclure quant au calcul de la question précédente.



II. Etude de l'échangeur du collecteur

L'échangeur repose sur le fond de la conduite d'eaux usées, comme l'indique la figure 8(b). La figure 8(a) présente un tronçon d'échangeur de $1m$ de longueur. On réalise ainsi un module d'échangeur de longueur L_0 par mise en série de L_0/l tronçons de $1m$.

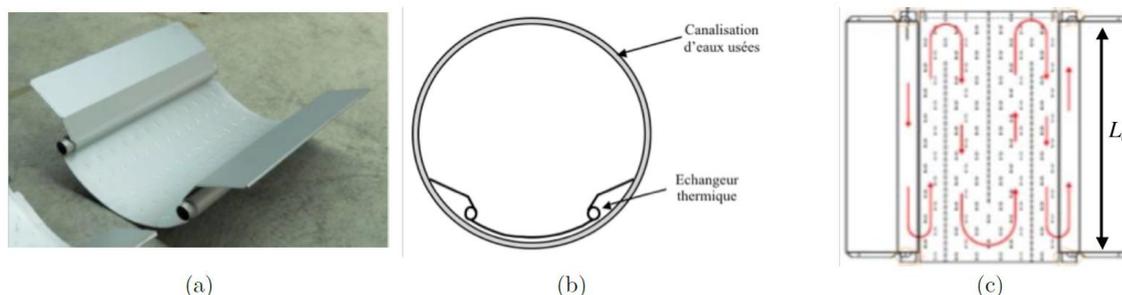


Figure 8 : Photo et description de l'échangeur du collecteur des eaux usées

Après mise en série des tronçons, le fluide frigorigère circule dans un module selon le schéma technique de la figure 8(c) (vue du dessus du module). Le fluide se réchauffe progressivement au contact des eaux usées, de température T_e supposée uniforme. On supposera pour simplifier que l'échange thermique se fait uniquement sur la partie métallique incurvée, ce qui correspond, d'après la figure 8(c), à 2 aller-retour, soit 4 passages du fluide frigorigère sur la longueur du tronçon considéré. Le module est donc équivalent au schéma théorique de la figure 9.

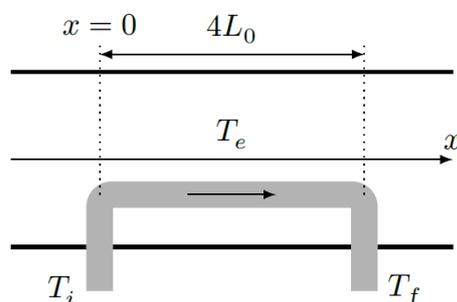


Figure 9 : Schéma équivalent de l'échangeur dans le collecteur des eaux usées.

On formule les hypothèses suivantes :

- L'écoulement est isobare et il n'y a pas d'échange de travail utile dans l'échangeur.
- L'écoulement est supposé parfait, permanent, unidimensionnel, de variation d'énergie cinétique négligeable. On note D_{m0} le débit massique dans un module, $c_e=4180 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ la capacité thermique massique du fluide assimilée à de l'eau.
- La température du fluide ne dépend que de x . Le fluide entre à la température T_i et ressort à la température T_f .
- Le fluide à la température $T(x)$ reçoit, par unité de longueur, une puissance thermique linéique $p_{th}=\alpha(T_e-T(x))$, avec $\alpha=143 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$.

6) En appliquant le premier principe industriel sur une portion infinitésimale, déterminer l'équation différentielle satisfaite par $T(x)$.

Montrer que $T(x)$ s'écrit sous la forme $T(x)=T_e+A.exp(-x/l_c)$. Exprimer A et l_c en fonction des données du problème.

Quelle est la signification physique de l_c ?

On impose $T_e=16,0^\circ\text{C}$, $T_i=12,5^\circ\text{C}$ et $T_f=15,5^\circ\text{C}$. Ces températures correspondent au fonctionnement hivernal envisagé. En tenant compte des pertes thermiques dans les canalisations du circuit 1 (voir figure 5), les températures T_{E_1} et T_{S_1} du circuit 1 en entrée et sortie de l'évaporateur de la pompe à chaleur sont alors $T_{E_1}=15,0^\circ\text{C}$ et $T_{S_1}=13,0^\circ\text{C}$.

7) L'évaporateur étant supposé parfaitement calorifugé, déterminer l'expression analytique du débit massique D_{m1} de l'eau dans le circuit 1 en fonction de \dot{Q}_f , c_e , T_{S_1} et T_{E_1} . Faire l'application numérique.

8) L'installation est constituée de $N_m=45$ modules indépendants (donc correspondant à une association parallèle) posées les uns à la suite des autres sur une longueur totale L .

Exprimer D_{m0} en fonction de D_{m1} et N_m .

Exprimer L en fonction de l_c , T_i , T_f , T_e et N_m .

Calculer L . Conclure.

Le calcul d'une installation constituée d'un seul module aurait donné une longueur d'échangeur équivalente. Pourquoi cette solution n'a pas été retenue ?

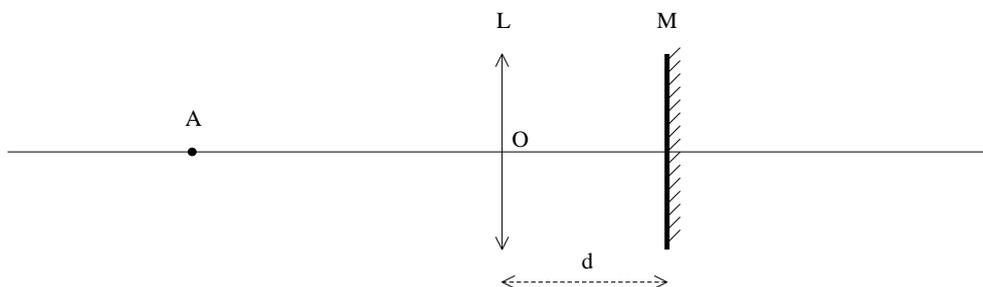
Troisième problème : focométrie

I. Préliminaires

- 1) Lorsque que l'on dispose d'une lentille, comment peut-on déterminer qualitativement sa nature (convergente/divergente) sans procéder à aucune mesure et sans disposer d'instruments d'optique ?
- 2) Proposer un protocole expérimental pour mesurer la distance focale d'une lentille **mince** convergente en utilisant une méthode directe. Vous pouvez disposer des trois instruments d'optique usuels du laboratoire (lampe, objet, viseur à frontale fixe, collimateur, lunette de visée à l'infini, dépoli...etc..). Même question pour une lentille divergente.
- 3) On considère un miroir plan. En effectuant une construction graphique, former l'image A'B' d'un objet AB virtuel quelconque par ce miroir.

II. Mesure de la distance focale d'une lentille convergente à l'aide d'un miroir plan

Un miroir plan M, perpendiculaire à l'axe optique d'une lentille convergente L de distance focale f , est situé à une distance d de son centre optique O.



On place un point objet réel A sur l'axe optique de ce système avant la lentille et on déplace ce point objet. Expérimentalement, on constate qu'il existe deux positions A_1 et A_2 de A pour lesquelles son image A' par ce système optique est confondue avec A.

- 4) Caractériser qualitativement ces deux positions. Donner les expressions de $\overline{OA_1}$ et $\overline{OA_2}$ en fonction de d et f . A quelle condition sur d , une des deux positions (A_1 ou A_2) disparaît-elle ? Quelle est celle qui demeure ? Connaissez-vous une application de ce dernier montage ? La méthode serait-elle applicable à une lentille divergente ?
- 5) Lorsque $d = 60,0 \text{ cm}$, on constate que ces deux positions sont distantes de $D = 10,0 \text{ cm}$. En déduire l'expression littérale et la valeur numérique de f .

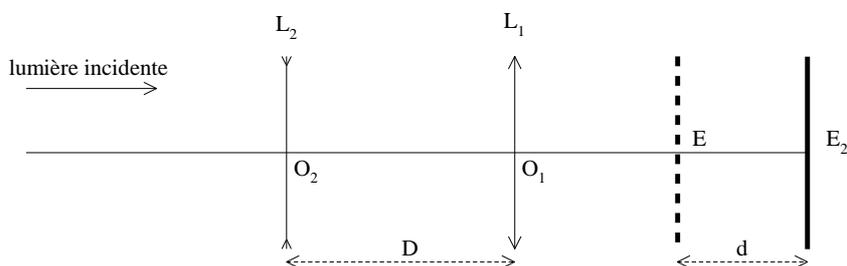
III. Méthode de Badal

On éclaire une lentille convergente L_1 de centre optique O_1 et de distance focale connue $f'_1 = 20,0 \text{ cm}$ à l'aide d'un collimateur réglé à l'infini. L'image du réticule du collimateur est reçue sur un écran placé en E.

Dans tout ce problème, on prendra comme sens positif le sens gauche de la feuille \rightarrow droite de la feuille.

III.1 Mesure de la distance focale d'une lentille divergente.

Une lentille divergente L_2 de centre optique O_2 et de distance focale f'_2 que l'on cherche à déterminer est intercalée entre le collimateur et la lentille L_1 , à une distance $D = \overline{O_2O_1}$ de la lentille. On constate que, pour retrouver une image nette du réticule du collimateur, il faut déplacer l'écran en E_2 , d'une distance $d = \overline{EE_2}$. En mesurant d , on peut déterminer la distance focale f'_2 de la lentille L_2 .



6) Dans quel sens doit-on déplacer l'écran ? On justifiera sa réponse en traçant soigneusement la marche d'un rayon lumineux incident parallèle à l'axe optique à travers le système optique considéré avec ou sans lentille L_2 .

La méthode de Badal est un cas particulier du dispositif précédent : on place O_2 au foyer objet F_1 de L_1 .

La figure de la page 14 (document réponse N°2) est faite dans cette configuration. Elle indique les positions relatives de L_1 , L_2 , E et E_2 à l'échelle $\frac{1}{4}$:

- la lentille L_1 a une distance focale $f'_1 = 20,0 \text{ cm}$
- la lentille L_2 est placée dans le plan focal objet de L_1
- on obtient l'image du réticule du collimateur dans un plan E_2 situé à $|d| = 16 \text{ cm}$ de E.

7) Complétez la figure du document réponse N°2 (et rendez-la avec votre copie) en représentant la marche de trois rayons lumineux issus d'un point R du réticule du collimateur dont l'image par le système est le point R' représenté sur la figure (dans le plan E_2 bien sûr !). Indiquer sur la figure où on peut lire la distance focale de la lentille divergente.

8) On revient à la situation où les deux lentilles L_1 et L_2 sont séparées d'une distance D quelconque. Déterminer littéralement la distance focale f'_2 de la lentille L_2 en fonction de f'_1 , D et d .

Application numérique : Calculer f'_2 si $D = 35,0 \text{ cm}$ et $|d| = 10,0 \text{ cm}$.

9) Dans la configuration de la méthode de Badal, que devient alors l'expression de f'_2 en fonction de f'_1 et d ?

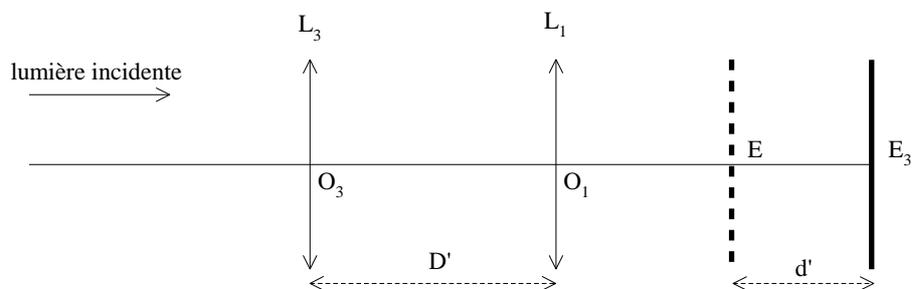
Calculer numériquement la valeur de f'_2 dans la configuration de la figure du document réponse N°2. Commenter.

Calculer l'incertitude sur la mesure de f'_2 , sachant que les valeurs de f'_1 et d sont connues à 3% près. Présenter le résultat final de la mesure sous une forme adaptée.

III.2 Mesure de la distance focale d'une lentille convergente

L'écran est de nouveau placé en E où se trouve l'image du réticule donnée par L_1 seule lorsqu'elle est éclairée directement par le collimateur. La lentille L_2 est remplacée par une lentille L_3 convergente de centre optique O_3 et de distance focale f'_3 . Elle est de même placée entre le collimateur et L_1 à une distance $D' = \overline{O_3O_1}$ de la lentille. On constate que pour retrouver une image nette du réticule du collimateur, il faut déplacer l'écran en E_3 , d'une distance $d' = \overline{EE_3}$.

Dans la suite, on se restreindra à la situation $D' > f'_1$.



10) Dans quel sens doit-on déplacer l'écran ?

On justifiera sa réponse en traçant soigneusement la marche d'un rayon lumineux incident parallèle à l'axe optique à travers le système optique considéré.

On se placera dans trois situations différentes pour réaliser le dessin :

(i) : $F'_3 \in [O_3F_1]$

(ii) : $F'_3 \in [F_1O_1]$

(iii) : F'_3 placé à droite de O_1 .

Ce montage permet-il de déterminer la distance focale de n'importe quelle lentille convergente ?

11) Déterminer la distance focale f'_3 de la lentille L_3 en fonction de f'_1 , D' et d' .

Application numérique : Calculer f'_3 si $D' = 85,0$ cm et $d' = 10,0$ cm.

On place O_3 au foyer objet de L_1 .

12) Quelle est alors l'expression de f'_3 en fonction de f'_1 et de d' ?

ANNEXE : relations de conjugaison d'une lentille mince de distance focale f' , de centre optique O , de foyer objet F , de foyer image F' , entre deux points conjugués A et A'

Avec origine au centre O : $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'}$ (relation de Descartes)

Avec origine aux foyers objet et image : $\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = -f'^2$ (relation de Newton)

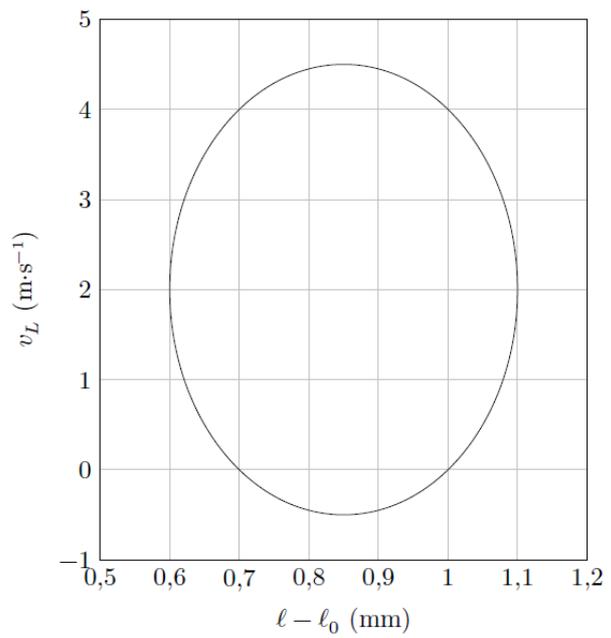
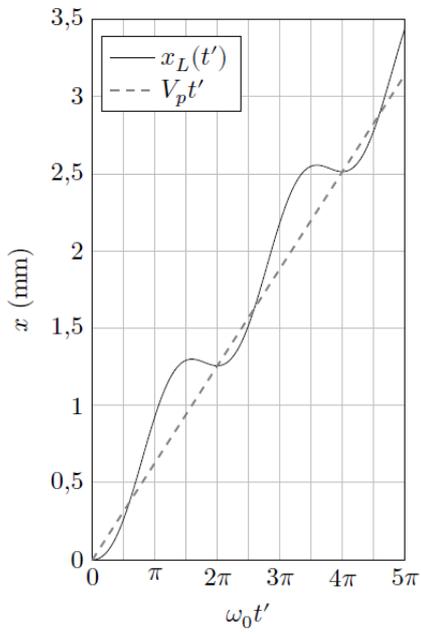


Figure A Résultats de la simulation numérique pour $V_p = 2,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

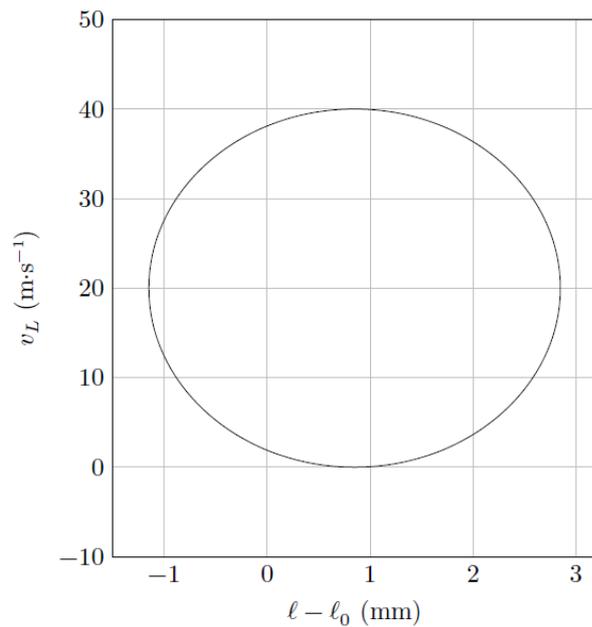
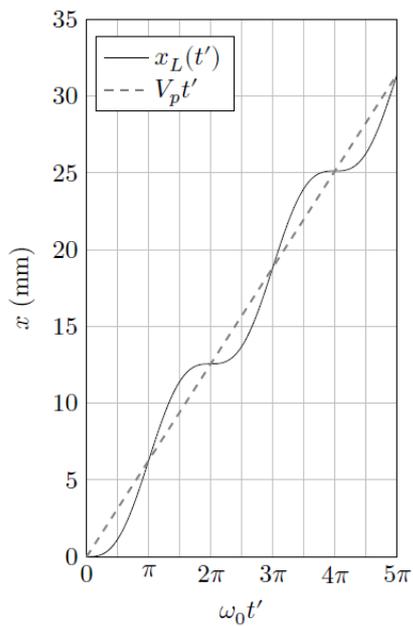


Figure B Résultats de la simulation numérique pour $V_p = 20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

DOCUMENT REPONSE N°2

N° candidat :

