

Khass 2025

Physique 1 - Éléments de correction

1 Oscillateur mécanique

1. On dispose de deux méthodes pour trouver l'énergie potentielle associée à une force conservative :

- Trouver une fonction scalaire E_p telle que le travail élémentaire δW de la force vérifie $\delta W = -dE_p$. Avec cette méthode, on trouve :

$$dE_p = -k(l - l_0)dl \Rightarrow E_p = \frac{k}{2}(l - l_0)^2 + C^{\text{te}}$$

- trouver une fonction scalaire E_p telle que $\vec{F} = -\vec{\text{grad}} E_p$. On peut remarquer que :

$$-\vec{\text{grad}} \left(\frac{k}{2}(l - l_0)^2 + C^{\text{te}} \right) = -k(l - l_0)\vec{u}_z$$

L'énergie potentielle élastique est donc de la forme $E_{p,k} = \frac{1}{2}k(l - l_0)^2 + C^{\text{te}}$. Avec le choix de l'origine imposé par l'énoncé, on a :

$$E_{p,k} = \frac{1}{2}k(l - l_0)^2$$

2. En faisant attention au choix de l'axe vertical descendant, on a :

$$\vec{F} = mg\vec{u}_z = -\vec{\text{grad}} (-mgl + C^{\text{te}})$$

L'énergie potentielle de pesanteur est de la forme $E_{p,p} = -mgl + C^{\text{te}}$. Avec le choix de l'origine :

$$E_{p,p} = -mgl$$

3. L'énergie cinétique du point P est simplement $E_c = \frac{1}{2}m\dot{l}^2$. L'énergie mécanique est donc :

$$E_m = \frac{1}{2}m\dot{l}^2 - mgl + \frac{1}{2}k(l - l_0)^2$$

4. Le point matériel P n'étant soumis qu'à des forces conservatives, son énergie mécanique se conserve donc $\frac{dE_m}{dt} = 0$. On en déduit :

$$m \dot{l} \ddot{l} - mg\dot{l} + k(l - l_0)\dot{l} = 0$$

La vitesse de P n'étant pas identiquement nulle, on peut simplifier l'équation ci-dessus par $\dot{l}$ pour avoir l'équation différentielle suivante :

$$\ddot{l} + \frac{k}{m}l = g + \frac{k}{m}l_0$$

5. On reconnaît une équation harmonique avec second membre constant, dont les solutions sont de la forme :

$$l(t) = l_0 + \frac{mg}{k} + A \cos(\omega_0 t) + B \sin(\omega_0 t) \quad \text{avec : } \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Les deux conditions initiales donnent :

$$\begin{cases} L = A + l_0 + \frac{mg}{k} \\ 0 = B \end{cases}$$

Finalement :

$$l(t) = \left(l_0 + \frac{mg}{k}\right)(1 - \cos(\omega_0 t)) + L \cos(\omega_0 t)$$

Le point P ne heurte pas le support si $\forall t : l(t) > 0$.

- Pour $L \in \left[0, l_0 + \frac{mg}{k}\right]$, on a $A \in \left[-l_0 - \frac{mg}{k}, 0\right]$ et donc $l(t) \in \left[0, 2\left(l_0 + \frac{mg}{k}\right)\right]$. Le point P ne peut donc jamais heurter le support dans ce cas.
- Pour $L > l_0 + \frac{mg}{k}$, A est positif et la longueur $l(t)$ peut être négative si :

$$0 > l_0 + \frac{mg}{k} - A = 2\left(l_0 + \frac{mg}{k}\right) - L$$

Il n'y a donc pas contact si :

$$L \leq 2\left(l_0 + \frac{mg}{k}\right)$$

Le mouvement est périodique, harmonique de période

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

L'application numérique donne : $T_0 = 2,00 \text{ s}$

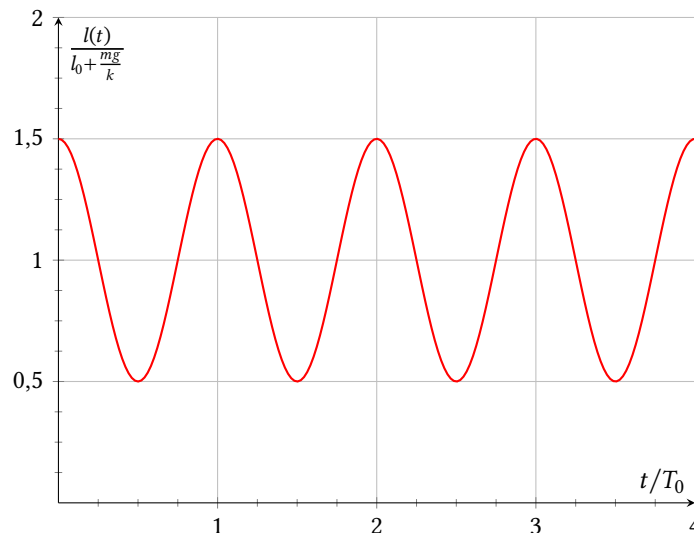


FIG. 1 : Allure de $l(t)$ pour $L = \frac{3}{2}\left(l_0 + \frac{mg}{k}\right)$

6. La vitesse de l'élément de longueur considéré est proportionnelle à la position z et à la vitesse $\dot{l}$ de l'extrémité du ressort :

$$\vec{v}(z) = \frac{z}{l} \vec{l} \dot{u}_z$$

La masse étant uniformément répartie, la masse de cet élément de longueur est $dm = m_r \frac{dz}{l}$. On en déduit l'énergie cinétique élémentaire :

$$dE_c = \frac{1}{2} m_r \frac{dz}{l} \left(\frac{z}{l} \dot{l}\right)^2$$

7. On intègre cette énergie cinétique élémentaire sur la totalité du ressort :

$$\begin{aligned} E_c &= \int_0^l \frac{1}{2} m_r \frac{dz}{l} \left(\frac{z}{l} \dot{l}\right)^2 \\ &= \frac{m_r}{2} \frac{\dot{l}^2}{l^3} \int_0^l z^2 dz \end{aligned}$$

Et finalement :

$$E_c = \frac{m_r}{6} \dot{l}^2$$

8. De manière analogue, on a : $dE_p = -m_r \frac{dz}{l} gz$ que l'on intègre sur la totalité du ressort :

$$\begin{aligned} E_p &= - \int_0^l m_r \frac{dz}{l} gz \\ &= - \frac{m_r g}{l} \int_0^l z \, dz \end{aligned}$$

Et finalement :

$$E_p = -m_r \frac{gl}{2}$$

9. Sommons toutes les énergies cinétiques et potentielles :

$$E_m = \frac{1}{2} \left(m + \frac{m_r}{3} \right) \dot{l}^2 - gl \left(m + \frac{m_r}{2} \right) + \frac{1}{2} k (l - l_0)^2$$

10. Le système est toujours conservatif, donc la dérivée temporelle de l'énergie mécanique donne :

$$\left(m + \frac{m_r}{3} \right) \dot{l} \ddot{l} - g \left(m + \frac{m_r}{2} \right) \dot{l} + k (l - l_0) \dot{l} = 0$$

La vitesse n'est pas identiquement nulle donc on peut simplifier par $\dot{l}$:

$$\ddot{l} + \frac{k}{m + \frac{m_r}{3}} l = g \frac{m + \frac{m_r}{2}}{m + \frac{m_r}{3}} + \frac{k}{m + \frac{m_r}{3}} l_0$$

On retrouve l'équation d'un oscillateur harmonique, comme à la question 4, mais on s'attend à avoir une position d'équilibre et une période légèrement différentes du fait de la présence des termes en m_r .

11. La forme générale des solutions de cette équation est :

$$l(t) = l_0 + \frac{g}{k} \left(m + \frac{m_r}{2} \right) + A \cos(\omega_1 t) + B \sin(\omega_1 t) \quad \text{avec} \quad \omega_1 = \sqrt{\frac{k}{m + \frac{m_r}{3}}}$$

Avec les conditions initiales imposées par l'énoncé, on trouve :

$$\begin{cases} l(0) = L = l_0 + \frac{g}{k} \left(m + \frac{m_r}{2} \right) + A \\ \dot{l}(0) = 0 = \omega_1 B \end{cases}$$

Finalement :

$$l(t) = l_0 + \frac{g}{k} \left(m + \frac{m_r}{2} \right) + \left(L - l_0 - \frac{g}{k} \left(m + \frac{m_r}{2} \right) \right) \cos(\omega_1 t)$$

Comme prévu, le mouvement est bien sinusoïdal, de pulsation $\omega_1 \neq \omega_0$ autour de la position d'équilibre $l_0 + \frac{g}{k} \left(m + \frac{m_r}{2} \right)$.

La période des oscillations est :

$$T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = 2\pi \sqrt{\frac{m + \frac{m_r}{3}}{k}}$$

L'application numérique donne :

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{0,300 + 0,012}{0,300\pi^2}} = 2\sqrt{1 + \frac{0,012}{0,300}} \approx 2 \left(1 + \frac{6}{300} \right)$$

Donc $T_1 = 2,04 \text{ s}$

12. On veut :

$$\begin{aligned}\frac{T_1 - T_0}{T_0} &\leq 0,01 \\ \frac{\sqrt{\frac{m + \frac{m_r}{3}}{k}} - \sqrt{\frac{m}{k}}}{\sqrt{\frac{m}{k}}} &\leq 0,01 \\ \frac{\sqrt{m + \frac{m_r}{3}} - \sqrt{m}}{\sqrt{m}} &\leq 0,01 \\ \left(1 + \frac{m_r}{3m}\right)^{1/2} - 1 &\leq 0,01\end{aligned}$$

Finalement :

$$\boxed{\frac{m_r}{6m} \leq 0,01}$$

L'application numérique donne : $m_r \leq 0,06 \times 0,300 = 18,0 \text{ g}$

13. L'énergie potentielle élastique est toujours $E_{p,k} = \frac{1}{2}k(l - l_0)^2$. L'énergie potentielle de pesanteur est constante égale à 0 vu l'origine imposée par l'énoncé. On en déduit :

$$\boxed{E_{p,P} = \frac{1}{2}k\left(\sqrt{l_c^2 + x^2} - l_0\right)^2}$$

14. Le mouvement étant à un degré de liberté, les positions d'équilibre correspondent à $\frac{dE_{p,P}}{dx} = 0$. On a :

$$\frac{dE_{p,P}}{dx} = k\left(\sqrt{l_c^2 + x^2} - l_0\right) \frac{x}{\sqrt{l_c^2 + x^2}}$$

La première position d'équilibre évidente est $\boxed{x_e = 0}$.

La suivante correspond à :

$$\begin{aligned}\sqrt{l_c^2 + x^2} &= l_0 \\ l_c^2 + x^2 &= l_0^2 \\ x^2 &= l_0^2 - l_c^2\end{aligned}$$

Cette seconde position d'équilibre n'existe que si $\boxed{l_0 > l_c}$ et vaut $\boxed{x_e = \pm\sqrt{l_0^2 - l_c^2}}$.

Pour étudier la stabilité des positions d'équilibre, calculons la dérivée seconde de l'énergie potentielle :

$$\begin{aligned}\frac{dE_{p,P}}{dx} &= kx\left(1 - \frac{l_0}{\sqrt{l_c^2 + x^2}}\right) \\ \frac{d^2E_{p,P}}{dx^2} &= k\left(1 - \frac{l_0}{\sqrt{l_c^2 + x^2}} + \frac{l_0 x^2}{(l_c^2 + x^2)^{3/2}}\right)\end{aligned}$$

• Pour $x_e = 0$, on a :

$$\left(\frac{d^2E_{p,P}}{dx^2}\right)_{x_e=0} = k\left(1 - \frac{l_0}{l_c}\right)$$

On en déduit que la position d'équilibre $x_e = 0$ est stable si $l_0 < l_c$ et instable sinon.

- Pour $x_e = \pm\sqrt{l_0^2 - l_c^2}$, on a :

$$\left(\frac{d^2 E_{p,P}}{dx^2}\right)_{x_e} = kl_0 \frac{l_0(l_0^2 - l_c^2)}{l_0^3}$$

Comme cette position d'équilibre n'existe que si $l_0 > l_c$, alors elle est toujours stable.

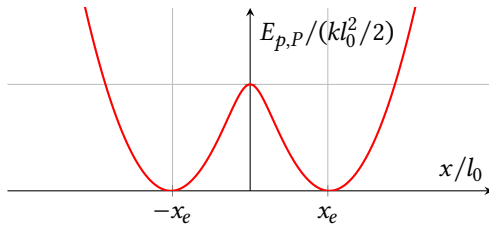


FIG. 2 : Allure de l'énergie potentielle pour $l_c < l_0$

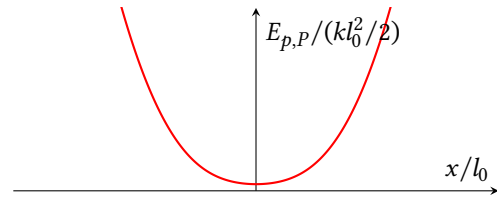


FIG. 3 : Allure de l'énergie potentielle pour $l_c > l_0$

15. D'après la question précédente, on peut parler de barrière de potentiel sur la figure 2, donc lorsque $l_c < l_0$. On a alors :

$$U_b = \frac{k}{2} (l_c - l_0)^2$$

L'application numérique donne : $U_b = 0,947 \text{ J}$.

16. L'énergie mécanique du système est :

$$E_m = \frac{m}{2} \dot{x}^2 + \frac{1}{2} k \left(\sqrt{l_c^2 + x^2} - l_0 \right)^2$$

Le système étant conservatif, son énergie mécanique est constante. En dérivant l'énergie mécanique par rapport au temps, on trouve :

$$m\dot{x}\ddot{x} + kx\dot{x} \left(1 - \frac{l_0}{\sqrt{l_c^2 + x^2}} \right) = 0$$

La vitesse n'étant pas identiquement nulle, on peut simplifier cette expression par $\dot{x}$:

$$\ddot{x} + \frac{k}{m} x \left(1 - \frac{l_0}{\sqrt{l_c^2 + x^2}} \right) = 0$$

17. Avec les notations introduites par l'énoncé, les équations différentielles d'ordre 1 sont :

$$\begin{cases} \frac{du_0}{dt} = u_1 \\ \frac{du_1}{dt} = -\frac{k}{m} u_0 \left(1 - \frac{l_0}{\sqrt{l_c^2 + u_0^2}} \right) \end{cases}$$

De ce système d'équations différentielles, on en déduit :

$$\begin{cases} u_{0,n+1} = u_{0,n} + \Delta t u_{1,n} \\ u_{1,n+1} = u_{1,n} - \Delta t \frac{k}{m} u_{0,n} \left(1 - \frac{l_0}{\sqrt{l_c^2 + u_{0,n}^2}} \right) \end{cases}$$

$u_{0,0}$ correspond à la position initiale, et $u_{1,0}$ à la vitesse initiale.

18. Les deux simulations sont réalisées pour $l_c < l_0$: on se trouve donc dans le cas de la figure 2. Dans les conditions initiales de la figure A, l'énergie mécanique du point P est : $E_m = E_{p,P} = 1,51 \text{ J}$. Cette énergie mécanique est supérieure à la barrière de potentiel U_b donc le système oscille autour de la position d'équilibre instable $x_e = 0$. Au voisinage de $x = 0$, l'énergie potentielle augmente donc l'énergie cinétique doit diminuer, ce qui explique les variations de la vitesse au niveau des extrema.

Dans les conditions initiales de la figure B, l'énergie mécanique initiale est $E_m = 5,81 \times 10^{-4} \text{ J}$. Le système ne peut franchir la barrière de potentiel U_b et oscille donc autour de la position d'équilibre stable $x_e = \sqrt{l_0^2 - l_c^2} = 0,980 \text{ m}$, ce qui correspond bien à la valeur lue sur la figure 3.

19. D'après la question précédente, la transition du cas B vers le cas A correspond à $E_m = U_b$. Avec les conditions initiales imposées, cela revient à une énergie potentielle initiale égale à U_b :

$$\begin{aligned} U_b &= E_{p,P}(t=0) \\ \frac{k}{2}(l_c - l_0)^2 &= \frac{1}{2}k\left(\sqrt{l_c^2 + X_0^2} - l_0\right)^2 \\ (l_c - l_0)^2 &= \left(\sqrt{l_c^2 + X_0^2} - l_0\right)^2 \\ \pm(l_c - l_0) &= \sqrt{l_c^2 + X_0^2} - l_0 \end{aligned}$$

Le signe + conduisant à une absurdité, on a :

$$l_0 - l_c = \sqrt{l_c^2 + X_0^2} - l_0$$

$$X_0 = 2\sqrt{l_0(l_0 - l_c)}$$

L'application numérique donne $X_0 = 1,79 \text{ m}$.

20. La courbe étant quasi-sinusoidale, on peut effectuer une linéarisation de l'équation différentielle au voisinage de la position d'équilibre pour obtenir l'équation d'un oscillateur harmonique.

On pose $x = x_e + \varepsilon$ avec $x_e = \sqrt{l_0^2 - l_c^2}$ et $\varepsilon \ll x_e$. L'équation différentielle devient alors :

$$\begin{aligned} \ddot{x} + \frac{k}{m}x \left(1 - \frac{l_0}{\sqrt{l_c^2 + x^2}}\right) &= 0 \\ \ddot{\varepsilon} + \frac{k}{m}(x_e + \varepsilon) \left(1 - \frac{l_0}{\sqrt{l_c^2 + (x_e + \varepsilon)^2}}\right) &= 0 \\ \ddot{\varepsilon} + \frac{k}{m}(x_e + \varepsilon) \left(1 - \underbrace{\frac{l_0}{\sqrt{l_c^2 + x_e^2}}}_{=l_0} \left(1 + 2\frac{\varepsilon x_e}{l_c^2 + x_e^2} + \frac{\varepsilon^2}{l_c^2 + x_e^2}\right)^{-1/2}\right) &= 0 \\ \ddot{\varepsilon} + \frac{k}{m}(x_e + \varepsilon) \left(1 - \left(1 - \frac{\varepsilon x_e}{l_c^2 + x_e^2}\right)\right) &= 0 \\ \ddot{\varepsilon} + \frac{k}{m}(x_e + \varepsilon) \left(\frac{\varepsilon x_e}{l_0^2}\right) &= 0 \end{aligned}$$

Et en se limitant à l'ordre 1 :

$$\ddot{\varepsilon} + \frac{k}{m} \frac{x_e^2}{l_0^2} \varepsilon = 0$$

La pulsation des oscillations est donc $\omega_2 = \frac{x_e}{l_0} \sqrt{\frac{k}{m}}$ et la période :

$$T_2 = 2\pi \frac{l_0}{x_e} \sqrt{\frac{m}{k}} = T_0 \frac{l_0}{x_e}$$

L'application numérique donne : $T_2 = 2,04 \text{ s}$, qui correspond bien à ce que l'on peut lire sur la figure 3.

21. Remarquons que, quelle que soit la valeur de l_c , $\frac{dE_{p,p}}{dx}$ tend vers $+\infty$ lorsque $x \rightarrow \infty$. On a donc $\beta_m > 0$.

Au voisinage de 0, la pente de la courbe vaut α_m . On en déduit que $\alpha_m < 0$ pour $l_c < l_0$ et $\alpha_m > 0$ pour $l_c > l_0$.

Le principe fondamental de la dynamique en projection sur $\vec{u}_x$ s'écrit :

$$m\ddot{x} = -\frac{dE_{p,p}}{dx} = -\alpha_m x - \beta_m x^3$$

On en déduit l'équation différentielle :

$$\ddot{x} + \frac{\alpha_m}{m}x + \frac{\beta_m}{m}x^3 = 0$$

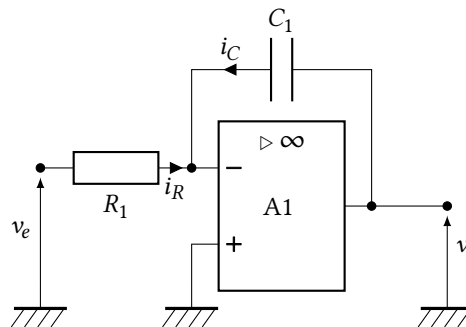
2 Oscillateur électrique

22. Dans le modèle de l'ALI idéal, les courants d'entrée i^+ et i^- sont supposés nuls : $i^+ = i^- = 0$.

Lorsque l'ALI fonctionne en régime linéaire, la différence de potentiel entre les entrées inverseuse et non inverseuse est nulle : $V^+ = V^-$.

2.1 Préliminaires

23. L'ALI fonctionne en régime linéaire donc ici : $V^- = 0$.



En écrivant la loi des noeuds au niveau de l'entrée inverseuse :

$$i_R + i_C = 0$$

$$\frac{v_e}{R_1} + v_s jC_1 \omega = 0$$

On en déduit la fonction de transfert :

$$\underline{H} = -\frac{1}{jR_1 C_1 \omega}$$

En notation temporelle, une multiplication par $j\omega$ correspond à une dérivation par rapport au temps. On en déduit :

$$v_e = -R_1 C_1 \frac{dv_s}{dt}$$

24. Par analogie avec la loi des noeuds de la question précédente, on a :

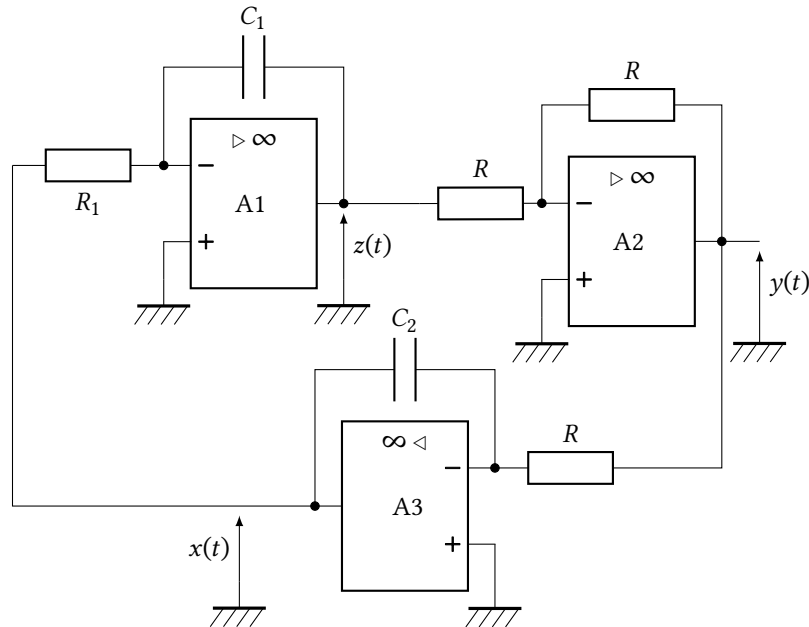
$$\frac{v_e}{R} + \frac{v_s}{R} = 0$$

Donc :

$$G = -1$$

2.2 Montage complet

25.



D'après les deux questions précédentes, on a :

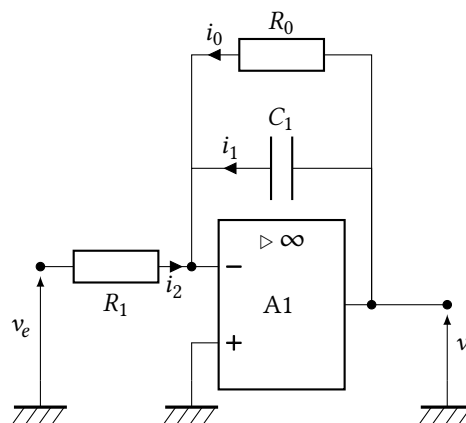
$$\begin{cases} x = -R_1 C_1 \frac{dz}{dt} \\ y = -z \\ y = -R_2 C_2 \frac{dx}{dt} \end{cases}$$

En éliminant y et z :

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{1}{R_1 C_1 R_2 C_2} x = 0$$

On retrouve un oscillateur harmonique qui correspond au cas de l'oscillateur élastique vertical de la première partie.

26. Le montage autour de l'ALI A1 devient :



La loi des nœuds à l'entrée inverseuse donne :

$$\begin{aligned} i_0 + i_1 + i_2 &= 0 \\ \frac{v_s}{R_0} + v_s j C_1 \omega + \frac{v_e}{R_1} &= 0 \\ v_s \left(\frac{1}{R_0} + j C_1 \omega \right) &= -\frac{v_e}{R_1} \end{aligned}$$

Donc :

$$\underline{H} = \frac{-\frac{R_0}{R_1}}{1 + jR_0C_1\omega}$$

L'équation différentielle qui lie la tension d'entrée et la tension de sortie devient :

$$v_s + R_0C_1 \frac{dv_s}{dt} = -\frac{R_0}{R_1} v_e$$

En adaptant au montage complet, les trois équations différentielles sont :

$$\begin{cases} x = -\frac{R_1}{R_0} \left(z + R_0C_1 \frac{dz}{dt} \right) \\ y = -z \\ y = -R_2C_2 \frac{dx}{dt} \end{cases}$$

On en déduit l'équation différentielle :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{1}{R_0C_1} \frac{dx}{dt} + \frac{1}{R_1C_1R_2C_2} x = 0$$

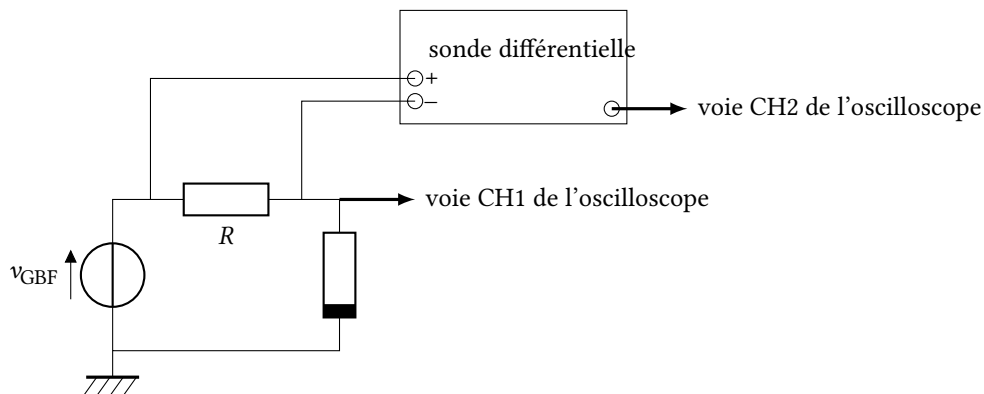
Ce circuit correspond à un oscillateur amorti. On pourrait imaginer ajouter des frottements fluides au premier système étudié au début du sujet.

2.3 Utilisation d'un dipôle non linéaire

27. Pour obtenir la caractéristique à l'oscilloscope, il est nécessaire de relever une tension proportionnelle à l'intensité i_D : on place une résistance R en série avec le dipôle. On aura alors $u_R = Ri_D$.

Pour éviter les problèmes de masse lors de la mesure de la tension u_R , il est nécessaire d'utiliser une sonde différentielle.

Enfin, l'oscilloscope est réglé en mode X-Y.



La caractéristique obtenue peut s'identifier à la caractéristique statique du dipôle si la fréquence f du GBF est assez faible.

28. D'après la figure 7 de l'énoncé, l'intensité traversant le dipôle est nulle pour $v_D < V_S$: le dipôle est équivalent à un **circuit ouvert**.

De même, la tension est constante égale à V_S pour $i > 0$: le dipôle est équivalent à une **source idéale de tension**.

29. La loi des mailles donne immédiatement :

$$V_g = V_0 - r_g i_g \Rightarrow i_g = \frac{V_0 - V_g}{r_g}$$

Cette caractéristique est une droite affine de pente négative.

30. Le point de fonctionnement correspond à l'intersection des caractéristiques du dipôle et de la source réelle.

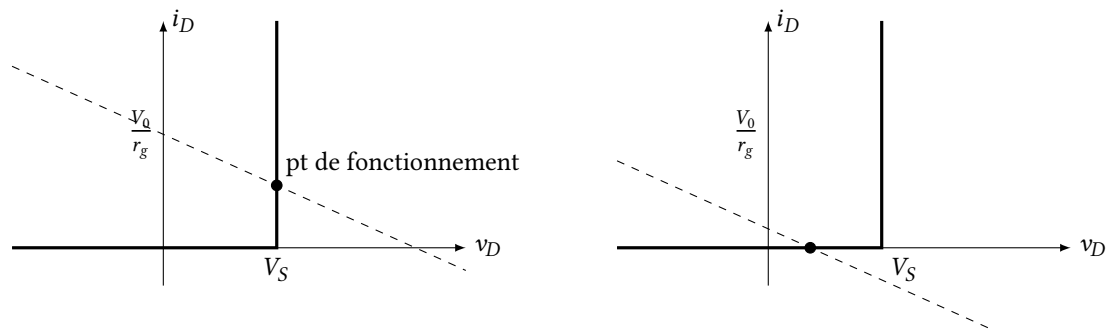
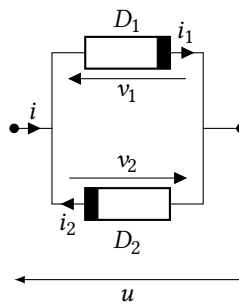


FIG. 4 : Point de fonctionnement du montage.

On voit sur la figure 4 que le point de fonctionnement du montage peut se situer dans la branche « circuit ouvert » ou dans la branche « source de tension » en fonction de la tension V_0 . La transition entre les deux régimes se produit lorsque le point de fonctionnement se situe en $(v_D = V_S, i_D = 0)$. Avec la caractéristique du générateur, on en déduit :

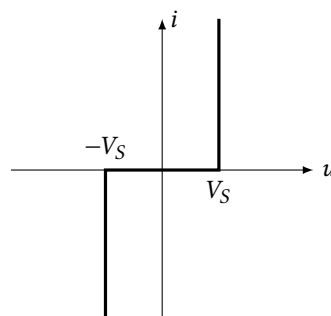
$$\frac{V_0 - V_S}{r_g} = 0 \Rightarrow \boxed{V_0 = V_S}$$

31. Étudions les différents cas possibles.



- les deux dipôles sont équivalents à des sources de tension. C'est impossible car cela reviendrait à placer en dérivation deux sources idéales de tensions différentes.
- les deux dipôles sont équivalents à des circuits ouverts. C'est possible pour $u \in [-V_S, V_S]$ et on a alors $i = 0$.
- D_1 équivalent à une source de tension et D_2 équivalent à un circuit ouvert. Ce cas est obtenu pour $i = i_1 > 0$ et on a alors $u = V_S$.
- D_1 équivalent à un circuit ouvert et D_2 équivalent à une source de tension. Ce cas est obtenu pour $i = -i_2 < 0$ et on a alors $u = -V_S$.

On en déduit l'allure de la caractéristique du dipôle complet :

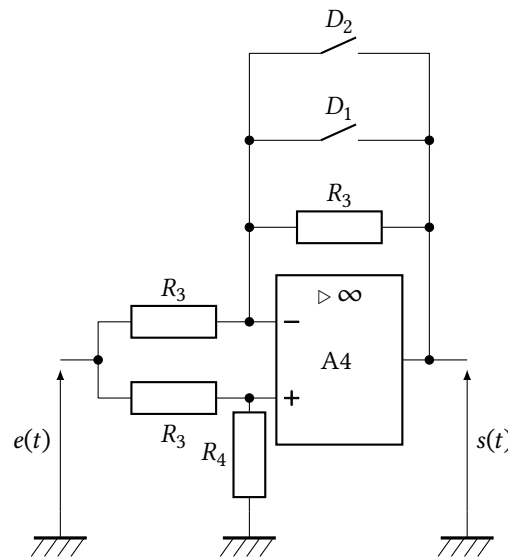


32. Remarquons tout d'abord que la tension sur l'entrée non inverseuse s'obtient avec un diviseur de tension :

$$V^+ = \frac{R_4}{R_3 + R_4} e$$

D'après la question précédente, il y a trois cas à étudier.

- Les deux dipôles sont équivalents à des circuits ouverts :



La loi des nœuds à l'entrée inverseuse donne alors :

$$\frac{e - V^-}{R_3} = \frac{V^- - s}{R_3} \Rightarrow V^- = \frac{e + s}{2}$$

L'ALI fonctionnant en régime linéaire, on a :

$$\frac{e + s}{2} = \frac{R_4}{R_3 + R_4} e \Rightarrow s = \frac{R_4 - R_3}{R_4 + R_3} e$$

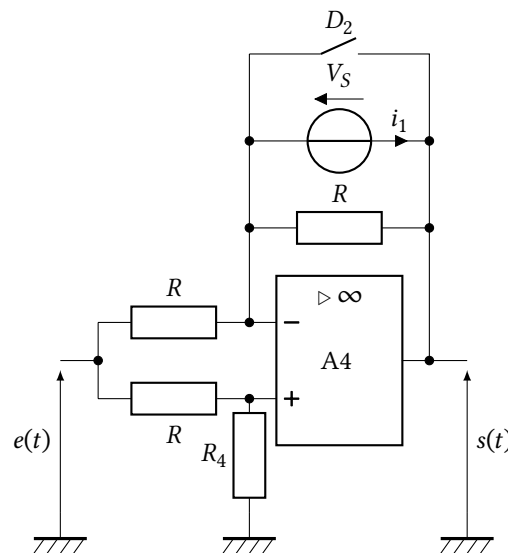
Ce régime de fonctionnement est possible si $s - V^- \in [-V_S; V_S]$. Or :

$$s - V^- = \frac{s - e}{2} = -\frac{R}{R_4 + R_3} e$$

On doit donc avoir :

$$-\frac{R_4 + R_3}{R_3} V_S \leq e \leq \frac{R_4 + R_3}{R_3} V_S$$

- D_1 est équivalent à une source de tension tandis que D_2 est un circuit ouvert.



La linéarité du fonctionnement de l'ALI donne immédiatement :

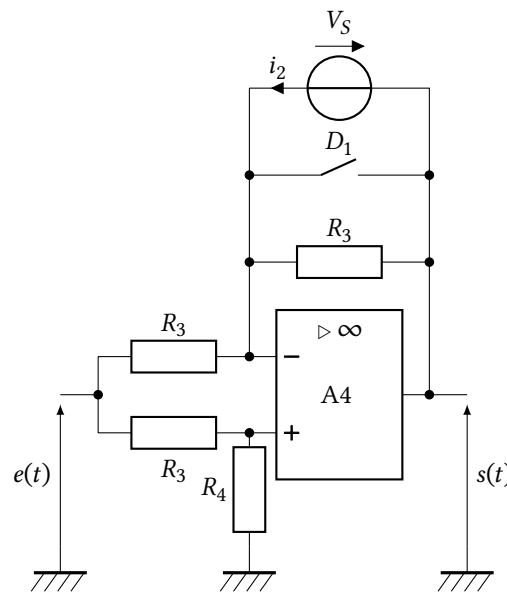
$$\frac{R_4}{R_3 + R_4} e = V_S + s \Rightarrow s = \frac{R_4}{R_3 + R_4} e - V_S$$

Ce régime de fonctionnement est obtenu pour $i_1 > 0$. Avec la loi des nœuds à l'entrée inverseuse, on a :

$$\begin{aligned} \frac{e - V^-}{R_3} &= i_1 + \frac{V_S}{R_3} \\ e - \frac{R_4}{R_3 + R_4} e &= R_3 i_1 + V_S \\ \frac{R_3}{R_3 + R_4} e - V_S &= R_3 i_1 \end{aligned}$$

L'intensité i_1 est donc positive si $e > \frac{R_3 + R_4}{R_3} V_S$

- D_2 est équivalent à une source de tension tandis que D_1 est un circuit ouvert.



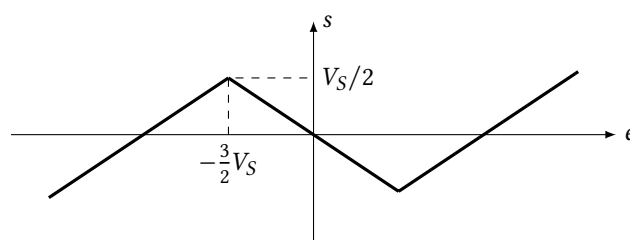
D'après ce qui précède, on a immédiatement :

$$s = \frac{R_4}{R_3 + R_4} e + V_S \text{ pour } e < -\frac{R_3 + R_4}{R_3} V_S$$

Avec les valeurs de résistances fournies, les équations de la caractéristique deviennent :

$$\begin{cases} s = \frac{e}{3} + V_S & \text{pour } e < -\frac{3}{2} V_S \\ s = -\frac{e}{3} & \text{pour } -\frac{3}{2} V_S < e < \frac{3}{2} V_S \\ s = \frac{e}{3} - V_S & \text{pour } e > \frac{3}{2} V_S \end{cases}$$

D'où la caractéristique :



33. D'après la question précédente, le changement de pente de la caractéristique se produit pour $e = \pm \frac{3}{2} V_S$.
Par lecture sur la figure 12, on trouve le changement de pente pour $e = \pm 0,75 \text{ V}$ donc $V_S = 0,5 \text{ V}$.

Ce résultat est confirmé par les valeurs de s aux points de changement de pente. Ils se produisent en $\pm \frac{V_S}{2}$ et on lit une valeur expérimentale de $s \approx 0,25 \text{ V}$.

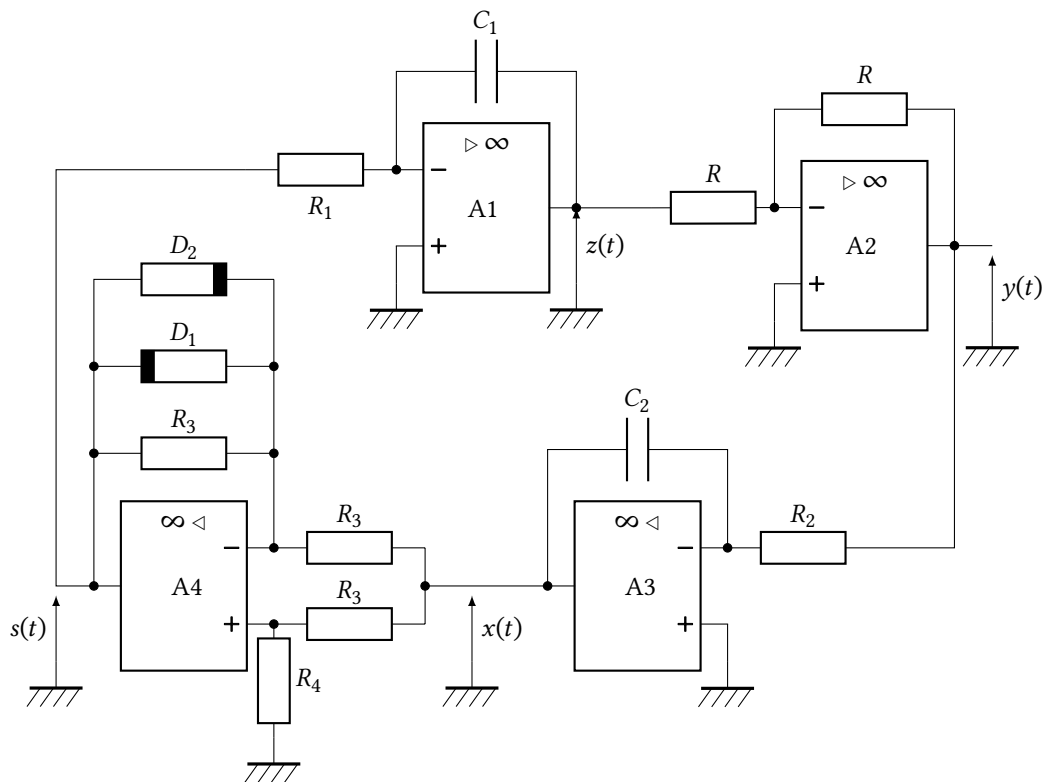
34. Avec la forme polynomiale fournie, remarquons que la pente à l'origine vaut α_e . D'après la courbe de la figure 12 :

$$\alpha_e = -\frac{0,2}{0,6} \Rightarrow \alpha_e = -0,3$$

Remarquons également que l'expression polynomiale s'annule en 0 et en $\pm \sqrt{\frac{-\alpha_e}{\beta_e}}$. On lit :

$$\sqrt{\frac{-\alpha_e}{\beta_e}} = 1,5 \text{ V} \Rightarrow \beta_e = 0,13 \text{ V}^{-2}$$

35.



D'après les questions précédentes, les équations vérifiées par ce montage sont :

$$\begin{cases} s = \alpha_e x + \beta_e x^3 \\ y = -z \\ s = -R_1 C_1 \frac{dz}{dt} \\ y = -R_2 C_2 \frac{dx}{dt} \end{cases}$$

On en déduit :

$$\begin{aligned} -R_1 C_1 \frac{dz}{dt} &= \alpha_e x + \beta_e x^3 \\ R_1 C_1 \frac{dy}{dt} &= \alpha_e x + \beta_e x^3 \\ -R_1 C_1 R_2 C_2 \frac{dx}{dt} &= \alpha_e x + \beta_e x^3 \end{aligned}$$

Et finalement :

$$\ddot{x} + \frac{\alpha_e}{R_1 C_1 R_2 C_2} x + \frac{\beta_e}{R_1 C_1 R_2 C_2} x^3 = 0$$

On retrouve bien une équation analogue à celle de la question 21.

36. D'après la question 32, la pente de la caractéristique au voisinage de $e = 0$ vaut $\frac{R_4 - R_3}{R_4 + R_3}$. D'après la figure 4 de l'énoncé, cette pente doit être positive pour $l_c > l_0$, ce qui correspond à $R_4 > R_3$.

37. D'après les équations obtenues, la tension $z(t)$ en sortie de l'ALI (A1) est proportionnelle à $\frac{dx}{dt}$.

Pour imposer des conditions initiales non nulles, on peut placer un interrupteur en série avec les condensateurs C_1 et C_2 pour charger ces derniers sous une tension constante avant la fermeture des interrupteurs. En effet, on remarque que :

- x est la tension aux bornes du condensateur C_2 ,
- $\dot{x}$ est la tension aux bornes du condensateur C_1 .