

1. Un référentiel dans lequel un point matériel isolé est en mouvement rectiligne uniforme ou au repos est dit galiléen

2. La force de gravitation est $\vec{F}_g(r) = - GmM \frac{\vec{r}}{r^3}$

A la surface de la Terre, $\|\vec{F}_g(r_{\text{surface}})\| = \frac{GmM}{R_T^2}$

Au centre de P' ISS $\|\vec{F}_g(r=0)\| = \frac{GmM}{(R_T+h)^2}$

L'écart relatif est $e = \frac{\frac{GmM}{R_T^2} - \frac{GmM}{(R_T+h)^2}}{\frac{GmM}{R_T^2}} = 1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{h}{R_T}\right)^2}$

Compte-tenu des valeurs numériques, on peut faire un développement

limité, donc $\boxed{e \approx \frac{2h}{R_T}}$ AN $e \approx \frac{2 \times 4}{64} \approx \frac{1}{8} \approx 0,1$

L'écart relatif est de l'ordre de 10% - la force de gravitation due à la Terre dans P' ISS est proche de celle subie à la surface de la Terre.

3. R₁ n'est pas en translation rectiligne uniforme par rapport à R₂ (il est en rotation (uniforme)) : il n'est donc pas a priori galiléen

2
4. D'après l'énoncé, on ne prend en compte que la
force de Coulomb $\vec{F} = q \vec{E}(r) = \frac{\lambda q}{2\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} \vec{u}_r$

NB. On néglige a priori la force de gravitation exercée par
l'ISS

Cette force n'est pas centrale.

5. D'après le formulaire, on a $\vec{F} = -\text{grad } \epsilon_p$

avec $\left[\epsilon_p = -\frac{\lambda q}{2\pi\epsilon_0} \ln r + \text{cte.} \right]$ et $\vec{F}$ est bien conservative

6. La force n'étant pas centrale, on ne peut pas utiliser
la conservation du moment cinétique pour prouver la planéité
du mouvement.

On applique le théorème de la quantité de mouvement à $\{ \Pi \}$

dans R_0 : $m \vec{a}(r) \Big|_{R_0} = \vec{F}$.

On projette selon $\vec{u}_z$, donc $m \ddot{z} = 0$
 $\ddot{z} = \ddot{z}(r) = 0$

Le mouvement s'effectue donc dans le plan perpendiculaire
à l'aiguille passant par $\Pi(t=0)$.

7. Dans le plan précédent, on a $\vec{ON} = r\vec{u}_r$
 $\vec{r} = \dot{r}\vec{u}_r + r\dot{\theta}\vec{u}_\theta$

On applique le théorème du moment cinétique par rapport à O fixe dans R_0 . $\frac{d\vec{L}_O}{dt} = \vec{\tau}_O(\vec{F}) = \vec{ON} \wedge \vec{F} = \vec{0}$

D'où $\vec{L}_O = cte = \vec{ON}(t=0) \wedge m\vec{v}(t=0) = r_0 v_0 \vec{u}_z$

Or $\vec{L}_O = \vec{ON} \wedge m\vec{v} = m r^2 \dot{\theta} \vec{u}_z$

D'où $r^2 \dot{\theta} = r_0 v_0$ $\dot{\theta} = \frac{r_0 v_0}{r^2}$

8. $E_m = \frac{1}{2} m v^2 + E_p(r) = \frac{1}{2} m (\dot{r}^2 + (r\dot{\theta})^2) + E_p(r)$

D'après Q7, on obtient $E_m = \frac{1}{2} m \dot{r}^2 + \frac{1}{2} m \frac{r_0^2 v_0^2}{r^2} + E_p(r)$

D'après Q8, $E_m = \frac{1}{2} m \dot{r}^2 + \frac{1}{2} m \frac{r_0^2 v_0^2}{r^2} + \frac{\lambda q}{2\pi\epsilon_0} \ln r + cte$

On peut choisir une origine des potentiels telle que la constante soit nulle, d'où

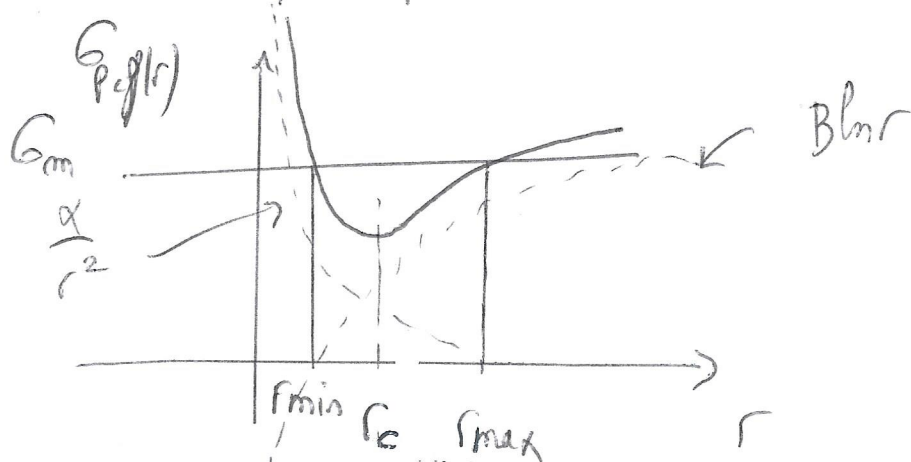
$E_{p,0}(r) = \frac{1}{2} \frac{\alpha}{r^2} + B \ln r$ avec $\alpha = \frac{1}{2} m r_0^2 v_0^2$

α et $B > 0$

$B = \frac{-\lambda q}{2\pi\epsilon_0}$

$$3. \quad G_{\text{eff}}(r) = \frac{\alpha}{r^2} + B \ln r$$

$$\frac{dG_{\text{eff}}}{dr} = -\frac{2\alpha}{r^3} + \frac{B}{r} \geq 0 \text{ pour } r \geq r_c = \left(\frac{2\alpha}{B}\right)^{1/2}$$



Le système est conservatif, avec $G_m = \frac{1}{2} m \dot{r}^2 + G_{\text{eff}}(r)$

Pour le mouvement radial, tout se passe comme si on se ramenait à un problème à 1 degré de liberté

D'après le tracé de $G_{\text{eff}}(r)$, les états sont nécessairement liés, avec $r \in [r_{\min}, r_{\max}]$ pour G_m donné. Une trajectoire circulaire de rayon r_c est possible. Il n'y a pas d'états de diffusion.

do. On applique le théorème de la quantité de mouvement à la goutte considérée comme un pt matériel $\{n\}$ dans R_0 galiléen:

$$m \vec{a}(n)|_{R_0} = \frac{\rho \Delta}{2\pi \delta r} \vec{u}^2$$

Pour un mouvement circulaire, de rayon r_c ,

$$\vec{a}(n)|_{R_0} = -r_c \vec{\Omega}^2 \vec{u}^2 + r_c \vec{\Omega} \vec{\Omega}$$

La projection selon $\vec{u}_\theta$ donne $r_c \ddot{\theta} = 0 \rightarrow \dot{\theta} = \text{cte}$

Le mouvement circulaire est nécessairement uniforme avec $v_c = r_c \dot{\theta}$

La projection selon $\vec{u}_r$ donne $-\frac{m v_c^2}{r_c} = \frac{\lambda q}{2\pi \epsilon r_c} \vec{u}_r$

D'où $\left| v_c = \left[\frac{-\lambda q}{2\pi \epsilon m} \right]^{1/2} \right| \quad q < 0 \rightarrow \underline{OK}$

Contrairement à un m^{-1} dans un champ de force newtonien, la vitesse nécessaire pour avoir un mouvement circulaire est indépendante de la position initiale $\epsilon - \left(q - \frac{m v_c^2}{r_c} = -\frac{k}{r_c^2} \right)$

• D'après les données de l'expérience ($R \approx 2 \text{ mm}$), on peut estimer la masse d'une goutte d'eau :

$$\left| m = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho_e = \underline{\underline{AN}} \quad m = \frac{4}{3} \times 3 \times (10^{-3})^3 \times 10^3 \right. \\ \left. \approx 3 \cdot 10^{-2} \text{ g} \right.$$

• La goutte tourne autour de l'aiguille avec une période $T \approx 30$ à une distance $r_0 = 1 \text{ cm}$ donc

$$\left| v_c = \frac{2\pi r_0}{T} \quad \underline{\underline{AN}} \quad v_c = \frac{6 \times 10^{-2}}{3} \approx 2 \cdot 10^{-2} \text{ m.s}^{-1} \right.$$

On en déduit $q = - \frac{2\pi\epsilon_0 m v_c^2}{\lambda}$

AN $q \approx - \frac{2 \times 10^{-12} \times 9 \times 10^{-31} \times (3 \times 10^{-5}) \times (2 \times 10^{-2})^2}{-10^{-7}} \approx 5 \times 10^{-12} \text{ C}$

Pour obtenir un mouvement circulaire équivalent dans un champ magnétique B_0 , il faudrait $\frac{mv_c}{qB_0} \rightarrow B_0 = \frac{mv_c}{q\epsilon}$

AN $B_0 \approx \frac{3 \times 10^{-5} \times 2 \times 10^{-2}}{5 \times 10^{-12} \times 10^{-2}} \approx 10^7 \text{ T}$ infaissable

11. D'après le profil de $\epsilon_{\text{eff}}(r)$, la trajectoire circulaire est stable. (Etat lié)

Par ailleurs, $\dot{\phi} = \frac{r_0 \dot{r}_0}{r^2}$ garde un signe constant.

On s'attend donc à une trajectoire (non nécessairement fermée) avec des oscillations autour de la trajectoire circulaire

12. On suppose $|v_z| \ll v_c$

On suppose que le mouvement est quasiment hélicoïdal avec

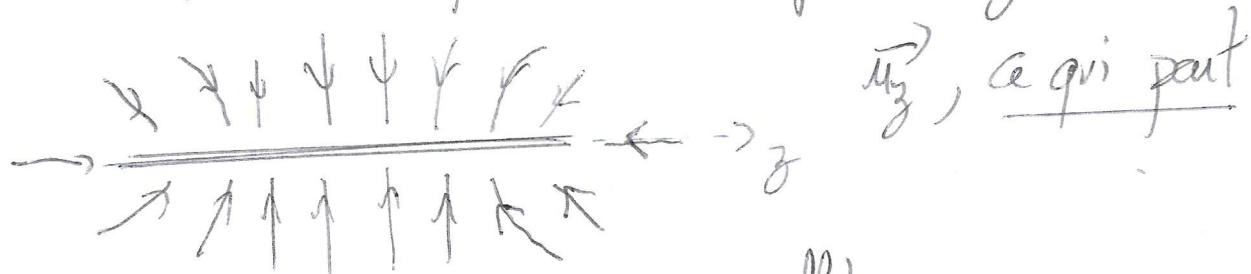
$$r(t) \approx r_0$$

Si on applique le TQN, on constate que pour observer des oscillations selon $\vec{u}_z$, il est nécessaire que la force de Lorentz possède une composante selon $\vec{u}_z$

Contrairement aux questions précédentes, on ne peut plus considérer le cylindre infini : on prend en compte les effets de bord

A priori $\vec{E}(r) = E_z(r, z)\vec{u}_z + E_r(r, z)\vec{u}_r$

Le cylindre étant chargé négativement, on peut supposer que les lignes de champ électrique ont la forme suivante : proche des bords, le champ électrique possède une composante négative selon



donner effectivement naissance à des oscillations.

Par résoudre quantitativement le problème, il faudrait connaître E_y et E (modifié) ce qui n'est pas le cas.

On peut tenter de proposer un résultat approché en appliquant le théorème du moment cinétique au point O

$$\frac{d\vec{L}_O}{dt} = (r_0 \vec{u}_r + z \vec{u}_z) \wedge (F_r \vec{u}_r + F_z \vec{u}_z)$$

En supposant $F_r \simeq \frac{\lambda q}{2\pi\epsilon_0 r_0}$ (non évident) et $|F_z| \ll |F_r|$ (non évident et contestable près des bords)

$$\begin{aligned} \text{Avec } \vec{L}_O &= m [r_0 \vec{u}_r + z \vec{u}_z] \wedge [r_0 \dot{\theta} \vec{u}_\theta + \dot{z} \vec{u}_z] \\ &\simeq m r_0^2 \dot{\theta} \vec{u}_z - m r_0 \dot{z} \vec{u}_\theta - m z r_0 \dot{\theta} \vec{u}_r \end{aligned}$$

On a toujours $\vec{L}_O \cdot \vec{u}_z = \text{cte}$ donc $r_0^2 \dot{\theta} = r_0 v_\theta$

$$\text{De plus } \frac{d\vec{L}_O}{dt} \cdot \vec{u}_\theta = \frac{\lambda q z}{2\pi\epsilon_0 r_0}$$

$$D'où \quad -m r_0 \ddot{z} - m z r_0 \dot{\theta}^2 = \frac{\lambda q z}{2\pi\epsilon_0 r_0} \quad \left(\triangle \frac{d\vec{u}_r}{dt} = \dot{\theta} \vec{u}_\theta \right)$$

$$\boxed{\ddot{z} = -z \left[\frac{v_\theta^2}{r_0^2} + \frac{\lambda q}{2\pi\epsilon_0 m r_0^2} \right]}$$

Oscillations possibles
si $v_\theta^2 > -\frac{\lambda q}{2\pi\epsilon_0 m}$

Dans le cas où $v_\theta^2 = -\frac{\lambda q}{2\pi\epsilon_0 m}$, on retrouve $\ddot{z} = 0$ et pas d'oscillations

13. On applique le théorème de l'énergie mécanique à la goutte dans R_0 : $\frac{dE_m}{dt} = P(\vec{F})$.

$$E_m = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{q\lambda \ln r}{2\pi\epsilon_0}$$

D'après Q10, pour un mouvement circulaire de rayon r la vitesse est $v = \left(\frac{-\lambda q}{2m\epsilon_0}\right)^{1/2}$ indépendante de r .

$$\text{D'où } \frac{dE_m}{dt} = -\frac{q\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \frac{dr}{dt}$$

$$\text{De plus } P(\vec{F}) = -k v^2 = -\frac{k(-\lambda q)}{2m\epsilon_0}$$

$$\text{D'où } \frac{dr}{dt} = -\frac{k r}{m} \quad \text{donc } \boxed{Z = \frac{m}{k}}$$

14. On en déduit $\boxed{r = r_0 e^{-t/Z}}$

L'aiguille étant supposée infiniment fine (ce qui est contestable ou la photo de la figure 1), on peut supposer que la durée de chute est t_{chute} telle que $r(t_{\text{chute}}) = R$

$$\text{D'où } \boxed{t_{\text{chute}} = Z \ln\left(\frac{R}{r_0}\right)}$$

AN
$$t_{\text{chute}} = \frac{m}{6\pi\eta R} \ln(5) = \frac{3 \cdot 10^{-5} \times 1,5}{6 \times 3 \times 2 \cdot 10^{-5} \times 2 \cdot 10^{-3}} \sim 6 \cdot 10^{-1} \text{ s}$$

$t_{\text{chute}} \gg T$, où $T \sim 3 \text{ s}$ est la période typique pour le mouvement circulaire.

15. La variation relative de rayon au début de la trajectoire lorsque la goutte a effectué un tour autour de l'aiguille est :

$$\left| \frac{r(t=0) - r(t=T)}{r(t=0)} \right| = 1 - e^{-T/\tau} \sim \frac{T}{\tau} \text{ car } T \ll \tau.$$

AN $\frac{\Delta r}{r} \sim \frac{3}{6 \cdot 10^1} \sim 5\%$ - L'approximation trajectoire quasi-circulaire sur 1 tour est raisonnable.

16. Sur Terre,
$$\frac{\|\vec{F}\|}{\|m\vec{g}\|} = \frac{1q}{2\pi\epsilon_0 r_0 mg} \sim \frac{v^2}{g} \sim \frac{(2 \cdot 10^{-2})^2}{10^{-2} \times 10} \sim 2 \cdot 10^{-2}$$

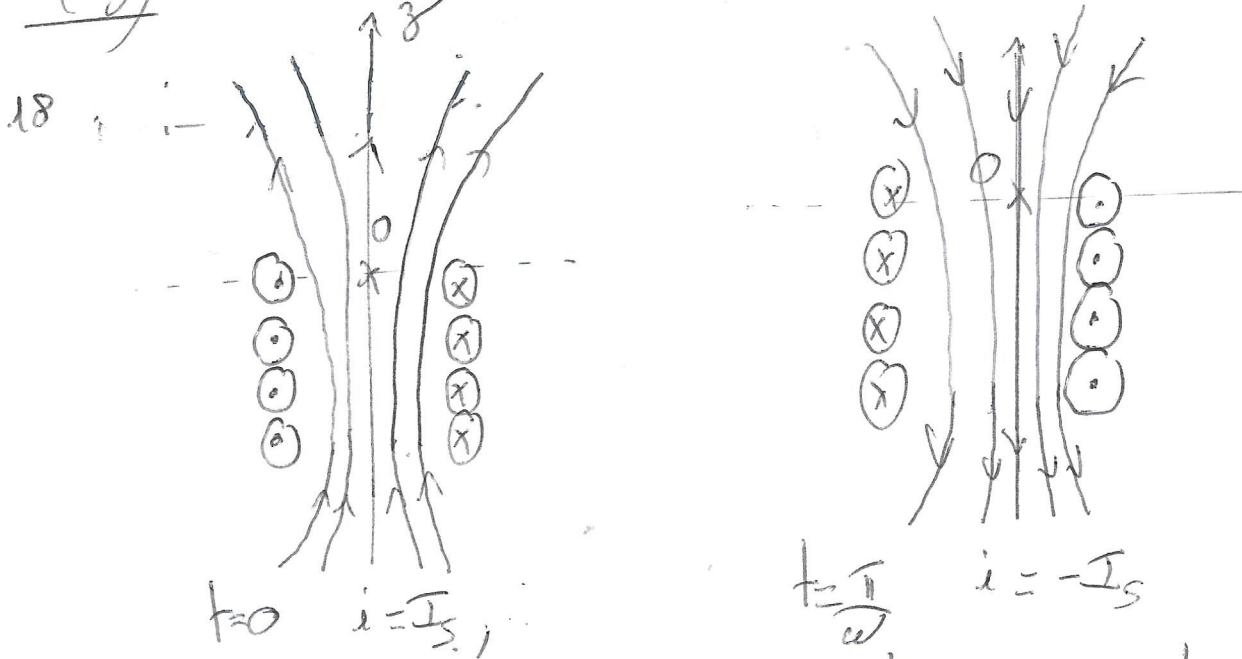
 L'expérience est infaisable!

17. On raisonne sur les propriétés de symétrie et d'invariance de la distribution $\mathcal{D}$ de courant à l'origine de $\vec{B}$.

• Le plan $(\vec{u}_1, \vec{u}_3)$ est plan d'antisymétrie de $\mathcal{D}$, donc $\vec{B}(P, t)$ est contenu dans ce plan, c'est à dire

$$\vec{B}(P, t) = B_r(r, \theta, z, t) \vec{u}_r + B_z(r, \theta, z, t) \vec{u}_z$$

• Il y a invariance de la distribution $\mathcal{D}$ par rotation autour de l'axe (Oz) donc $B_r(r, \theta, z, t)$ et $B_z(r, \theta, z, t)$



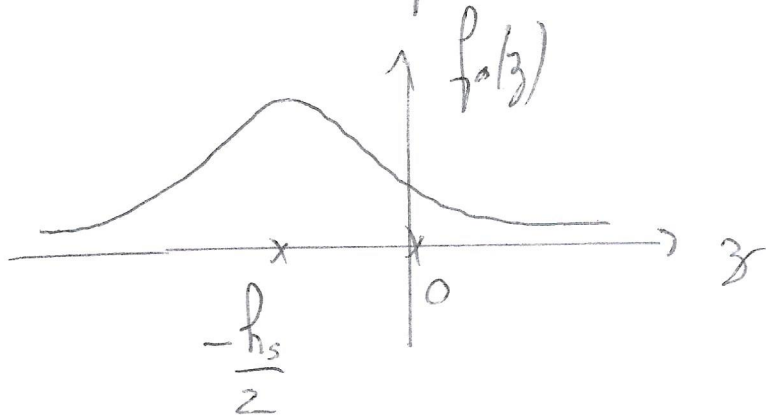
Les lignes de champ sont orientées autour des courants selon la règle de la main droite.

19. Tous les plans contenant l'axe (Oz) sont plans d'antisymétrie de $\mathcal{D}$ donc

$$\vec{B}(P_{axe}, t) = B_z(z, t) \vec{u}_z$$

Le plan passant par le centre C du solénoïde et perpendiculaire à l'axe (Oz) est plan de symétrie par $\mathcal{D}$, donc $f_a(z)$ est symétrique par rapport à C .

De plus, les lignes de champ s'écartent lorsqu'on s'éloigne du solénoïde, donc f_a diminue, d'où son allure:



Dans le cas d'un solénoïde de grande longueur, le champ magnétique à l'intérieur est uniforme et vaut $\mu_0 n i$, donc

$$B_{\text{max}} \approx \mu_0 n I_s. \quad \text{Avec } B_{\text{max}} \approx 4\pi \cdot 10^{-7} \times 2 \cdot 10^4 \times 1 \approx 5 \cdot 10^{-2} \text{ T}$$

20. D'après l'allure de $f_a(z)$, on a $\frac{\partial f_a}{\partial z} < 0$ au niveau de l'anneau, donc $-\frac{a}{2} \frac{\partial f_a}{\partial z} > 0$, soit $-\frac{a}{2} \frac{\partial B_z}{\partial z}(z, 0) > 0$

ce qui correspond bien à une composante radiale positive du champ magnétique cohérente avec l'allure des lignes de champ.

21. On a $\phi(z,t) = \iint_{\text{anneau}} \vec{B}(P_{\text{anneau}}) \cdot d\vec{S}$

$$|\phi(z,t)| \simeq \sqrt{\pi} a^2 B_0(z,t) \quad \text{d'après Q20}$$

22. Par définition de la mutuelle inductance,

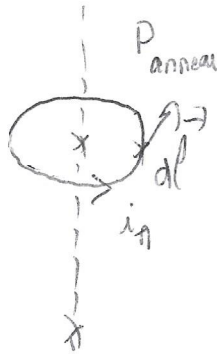
$$|\phi(z,t)| = \pi(z) i_A(t)$$

23. Par définition, la force de Laplace élémentaire est δ

$$d\vec{F}_L = i_A(t) d\vec{l} \wedge \vec{B}(P_{\text{anneau}}) \quad \text{avec } d\vec{l} = a d\theta \vec{u}_\theta$$

$$= i_A(t) a d\theta \vec{u}_\theta \wedge \left(B_0(z,t) \vec{u}_z - \frac{a}{2} \frac{\partial B_0}{\partial z} \vec{u}_r \right)$$

$$d\vec{F}_L = i_A(t) a B_0(z,t) d\theta \vec{u}_r + \frac{i_A(t) a^2}{2} \frac{\partial B_0}{\partial z} d\theta \vec{u}_z$$



24. La résultante est

$$\vec{F}_L = \int_0^{2\pi} d\vec{F}_L = \int_0^{2\pi} i_A(t) a B_0(z,t) d\theta (\cos\theta \vec{u}_x + \sin\theta \vec{u}_y) + \frac{i_A(t) a^2}{2} \frac{\partial B_0}{\partial z} \int_0^{2\pi} d\theta \vec{u}_z$$

Le premier terme est nul.

La résultante est donc selon $\vec{u}_z$ et vaut $\sqrt{\pi} a^2 i_A(t) \frac{\partial B_0}{\partial z} \vec{u}_z$

25. D'après Q21 et Q22, $\frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{d\eta(z)}{dz} i_s(t) = \pi a^2 \frac{\partial B}{\partial z}$

D'aut $\boxed{\vec{F}_L = i_A(t) i_s(t) \frac{d\eta}{dz} \vec{u}_z}$

26. La (les) spire(s) de l'anneau étant orientée(s), on a

$$e_{\text{induit}} = - \frac{\partial \phi_b(z,t)}{\partial t} = - N \pi a^2 \frac{\partial B_b(z,t)}{\partial t} = + \pi a^2 N \omega \sin(\omega t) \left| \frac{B}{z} \right|$$

dans(A) par(s)

27. D'après Q22, on a également

$$\boxed{e_{\text{induit}} = - \eta(z) \frac{di_s}{dt}}$$

dans(A) par(s)

Nombre spires B_{propre}

28. Pour solénoïde infini, le flux propre est $\sqrt{N_s} \pi b^2 \mu_0 m_{\text{is}}$

$m = \frac{N_s}{\mu_0}$ donc $\boxed{L_s = \mu_0 m_s^2 \frac{N_s}{s} \pi b^2}$ AN $L_s = 4\pi \times 10^{-7} \times (210^4) \times 10^{-10} \times (30)^2$
val 1H

29. Le raisonnement est similaire pour l'anneau, sans explicitée

Le champ propre: par définition pour une spire)

$\phi_{1A} = \iint_i \vec{B}_{1A} \cdot d\vec{S}_A$ où $\vec{B}_{1A}$ est le champ propre d'une spire de l'anneau

$= \mu_A i_A$

$\vec{B}_{1A} = N \vec{B}_{1A}$ champ propre créé par N spires (th. superposition)

Pour N spires,

$\phi_{NA} = N \iint \vec{B}_{1A} \cdot d\vec{S}_A = N^2 \iint \vec{B}_{1A} \cdot d\vec{S} = N^2 \mu_A i_A$

On a donc bien $L_A = N^2 \mu_A$

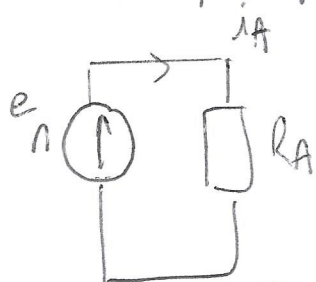
30. le flux extérieur (dû à $\vec{B}_s$) à travers N spires de l'anneau est

$$\Phi_{\text{N ext}} = N \times \iint \vec{B}_{\text{ext}} \cdot d^2 \vec{S} = N (I_s A) = N \times \Phi_{\text{ext}}$$

$$\Phi_{\text{ext}} = \iint \vec{B}_{\text{ext}} \cdot d^2 \vec{S} = \mu_1 I_s A$$

On a donc bien $\mu = N \mu_1$

31. le schéma électrique équivalent est pour l'anneau:



$$e_n = - \frac{d\Phi}{dt}$$

D'après la loi des mailles, $e = R_A i_A(t)$

$$\text{d'où } \boxed{i_A(t) = - \frac{\mu}{R} \frac{dI_s}{dt} = \frac{\mu}{R_A} I_s \omega \sin(\omega t)}$$

32. D'après Q25,

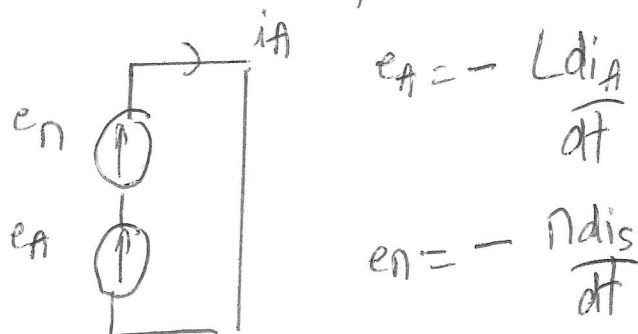
$$\vec{F}_L = i_A I_s \frac{d\mu}{dz} \vec{u}_z = \frac{\mu}{R_A} I_s^2 \omega \sin(\omega t) \cos(\omega t) \frac{d\mu}{dz} \vec{u}_z$$

$$\text{donc } \boxed{\vec{F}_L = \frac{\omega}{R_A} I_s^2 \frac{d\mu^2}{dz} \sin(\omega t) \cos(\omega t) \vec{u}_z}$$

$$33. \langle \vec{F}_L \rangle = \frac{\omega}{R_A} I_s^2 \frac{1}{2} \frac{d\mu^2}{dz} \underbrace{(\sin(\omega t) \cos(\omega t))}_{\text{terme nul}} \vec{u}_z = \vec{0}$$

34. La première approche ne convient pas. Elle n'explique même pas F_z : On trouve $\langle F_z \rangle > 0$, ce qui n'explique pas que l'anneau puisse être projeté vers le haut.

35. Le schéma électrique pour l'anneau est elle-même-ci



$$e_A = -L \frac{di_A}{dt}$$

$$e_n = -N \frac{d\Phi}{dt}$$

D'après la loi des mailles, $e_n + e_A = 0$

d'où $\frac{di_A}{dt} = -\frac{N}{L} \frac{d\Phi}{dt}$, soit $i_A(t) = -\frac{N}{L} I_s \cos(\omega t)$

(On suppose continué courant)

36. On a toujours $\vec{F}_L = i_A I_s \frac{dN}{dz} \vec{u}_z$

donc $\vec{F}_L = -\frac{1}{2L} I_s^2 \cos(\omega t) \frac{dN^2}{dz} \vec{u}_z$

37. $\langle \vec{F}_L \rangle = -\frac{1}{4L} I_s^2 \frac{dN^2}{dz} \vec{u}_z$

$|N(z)|$ est une fonction a priori décroissante de z , donc $\frac{dN^2}{dz} < 0$

et $\langle F_z(z,t) \rangle$ est positif

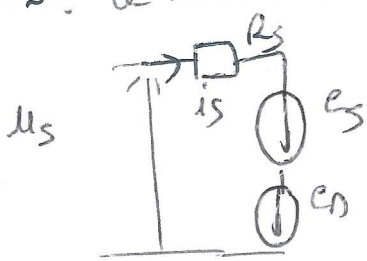
L'anneau est donc projeté vers le haut et F_z est vérifié.

38. D'après Q 28, L_A proportionnel à N^2
 Q 29 M^2 ——— à N^2

Donc dans le modèle, $\langle F_L(t) \rangle$ est indépendant de N .

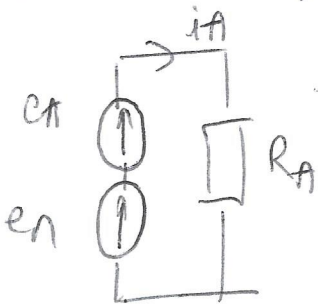
Dans la mesure où le poids de l'anneau est proportionnel à N , on s'attendait à ce que l'anneau $N=2$ se stabilise plus bas que l'anneau $N=1$ ce qui n'est manifestement pas le cas.
L'expression (et le modèle) n'est pas compatible avec l'observation F_L .

39. Le schéma électrique pour le secondaire est :



donc (1)
$$u_s = + L_s \frac{di_s}{dt} + M \frac{di_A}{dt} + R_s i_s$$
 d'après la loi des mailles

Le schéma électrique pour l'anneau est :



donc (2)
$$R_A i_A = - L_A \frac{di_A}{dt} - M \frac{di_s}{dt}$$
 d'après la loi des mailles

40. On utilise la notation complexe en régime sinusoïdal forcé :
 (circuit linéaire)

$$\underline{i_A} = \underline{I_A} e^{j\omega t}$$

$$\underline{i_s} = \underline{I_s} e^{j\omega t}$$

D'où
$$\begin{cases} U_0 = \underline{Z_s} \underline{I_s} + \underline{Z_{As}} \underline{I_A} & \text{d'après (1)} \\ 0 = \underline{Z_A} \underline{I_A} + \underline{Z_{As}} \underline{I_s} & \text{d'après (2)} \end{cases}$$

On obtient:
$$\underline{I_S} = \frac{\underline{Z_A} U_0}{\underline{Z_A} \underline{Z_S} - \underline{Z_{AS}}^2} = \frac{\underline{Z_A} U_0}{D^2}$$

et
$$\underline{I_A} = \frac{-\underline{Z_{AS}} U_0}{\underline{Z_A} \underline{Z_S} - \underline{Z_{AS}}^2} = \frac{-\underline{Z_{AS}} U_0}{D^2}$$

On en déduit
$$\underline{I_S} = \frac{|\underline{Z_A}| U_0 \exp j(\varphi_A - 2\varphi_D)}{|\underline{D}|^2}$$

$$i_s(t) = \frac{|\underline{Z_A}| U_0 \cos(\omega t + \varphi_A - 2\varphi_D)}{|\underline{D}|^2}$$

$$\underline{I_A} = -\frac{|\underline{Z_{AS}}| U_0 \exp j\left(\varphi_{AS} - 2\varphi_D\right)}{|\underline{D}|^2}$$

$\frac{\pi}{2}$

donc
$$i_A(t) = -\frac{|\underline{Z_{AS}}| U_0 \cos(\omega t + \frac{\pi}{2} - 2\varphi_D)}{|\underline{D}|^2}$$

$$i_A(t) = \frac{n\omega U_0 \sin(\omega t - 2\varphi_D)}{|\underline{D}|^2}$$

41. D'après Q25,
$$F_L = i_A(t) i_s(t) \frac{dn}{dz}$$

Donc
$$F_L = \frac{n |\underline{Z_A}| \omega U_0^2 \frac{dn}{dz} \sin(\omega t - 2\varphi_D) \times \cos(\omega t - 2\varphi_D + \varphi_A)}{|\underline{D}|^4}$$

$$\text{Or } \cos(\omega t - 2\varphi_D + \varphi_A) = \cos(\omega t - 2\varphi_D) \cos \varphi_A - \sin(\omega t - 2\varphi_D) \sin \varphi_A \quad 19$$

$$\text{Donc } E(z, t) = \frac{|E_A|}{|D|^4} v_0^2 \omega \frac{1}{2} \frac{d n^2}{dz} \left(\frac{\sin(\omega t - 2\varphi_D) \cos \varphi_A}{-\sin^2(\omega t - 2\varphi_D) \sin \varphi_A} \right) v_0^2$$

En prenant la moyenne temporelle, on obtient:

$$\langle E(z, t) \rangle = -\frac{1}{4} \omega v_0^2 \frac{d n^2}{dz} \frac{|E_A| \sin \varphi_A}{|D|^4}$$

$$4.2 \quad E_A = R_A + j L_A \omega \text{ donc } \sin \varphi_A = \frac{L_A \omega}{\sqrt{R_A^2 + (L_A \omega)^2}}$$

$$|D|^2 = \underline{E_A} \underline{E_S} + n^2 \omega^2$$

$$= (R_A + j L_A \omega) / (R_S + j L_S \omega) + n^2 \omega^2$$

$$= R_A R_S - \omega^2 (L_A L_S - n^2) + j \omega (R_A L_S + R_S L_A)$$

$$\text{Donc } |D|^4 = \left[R_A R_S - \omega^2 (L_A L_S - n^2) \right]^2 + \omega^2 (R_A L_S + R_S L_A)^2$$

$$\begin{aligned} \text{On obtient: } \langle E_L \rangle &= -\frac{1}{4} \omega^2 v_0^2 \frac{d n^2}{dz} \frac{L_A \omega}{\left[R_A R_S - \omega^2 (L_A L_S - n^2) \right]^2 + \omega^2 (R_A L_S + R_S L_A)^2} \\ &= -\frac{1}{4} \omega^2 v_0^2 \left(\frac{d n^2}{dz} \right)^2 L_A \frac{N^2}{\left(N R_A R_S - \omega^2 N^2 (L_A L_S - n^2) \right)^2 + \omega^2 (N R_A L_S + N R_S L_A)^2} \end{aligned}$$

$$\text{Donc } \langle E_L \rangle = k \frac{N^2}{\left(R_A R_S + \omega^2 N^2 (n^2 - L_A L_S) \right)^2 + \omega^2 (R_A L_S + N R_S L_A)^2}$$

43. Compte tenu des valeurs numériques

20

$$\langle F_L \rangle_+ = \frac{k N^2}{\left[2 \cdot 10^{-4} + N \cdot 10^5 / (25 \cdot 10^{-10} - 10^{-8}) \right]^2 + 10^5 \left(10^{-5} + N \cdot 2 \cdot 10^{-7} \right)^2}$$

terme prédominant en première approximation

$$D'au \quad \langle F_L \rangle_+ \simeq \frac{k N^2}{\omega^2 (r_{AL5})^2}$$

et $\boxed{\frac{\langle F_L \rangle_2}{\langle F_L \rangle_1} \sim 4} \quad \left(\text{NB d'AN exacte donne } \frac{\langle F_L \rangle_2}{\langle F_L \rangle_1} = 3,4 \dots \right)$

44. Pour le cuivre, lorsqu'on passe d'une à deux spires, le poids est multiplié par 2 alors que la force de lévitation (lapla) est multiplié par 4 : les 2 spires montent plus haut !

45. Pour une spire, le rapport des poids entre le cuivre et l'Alu est $\frac{P_{Cu}}{P_A} \sim 3$ (toutes dimensions identiques par ailleurs)

Par ailleurs $\frac{\langle F_L \rangle_{Cu}}{\langle F_L \rangle_{Al}} \sim \left(\frac{r_{AAl}}{r_{ACu}} \right)^2 \sim \left(\frac{\sigma_{Cu}}{\sigma_{Al}} \right)^2 \sim (1,7)^2 \sim 3,9$

L'anneau d'Aluminium monte donc a priori plus haut !

(On rappelle résistance barreau cylindrique longueur l : $r_A = \frac{\sqrt{l}}{S}$)